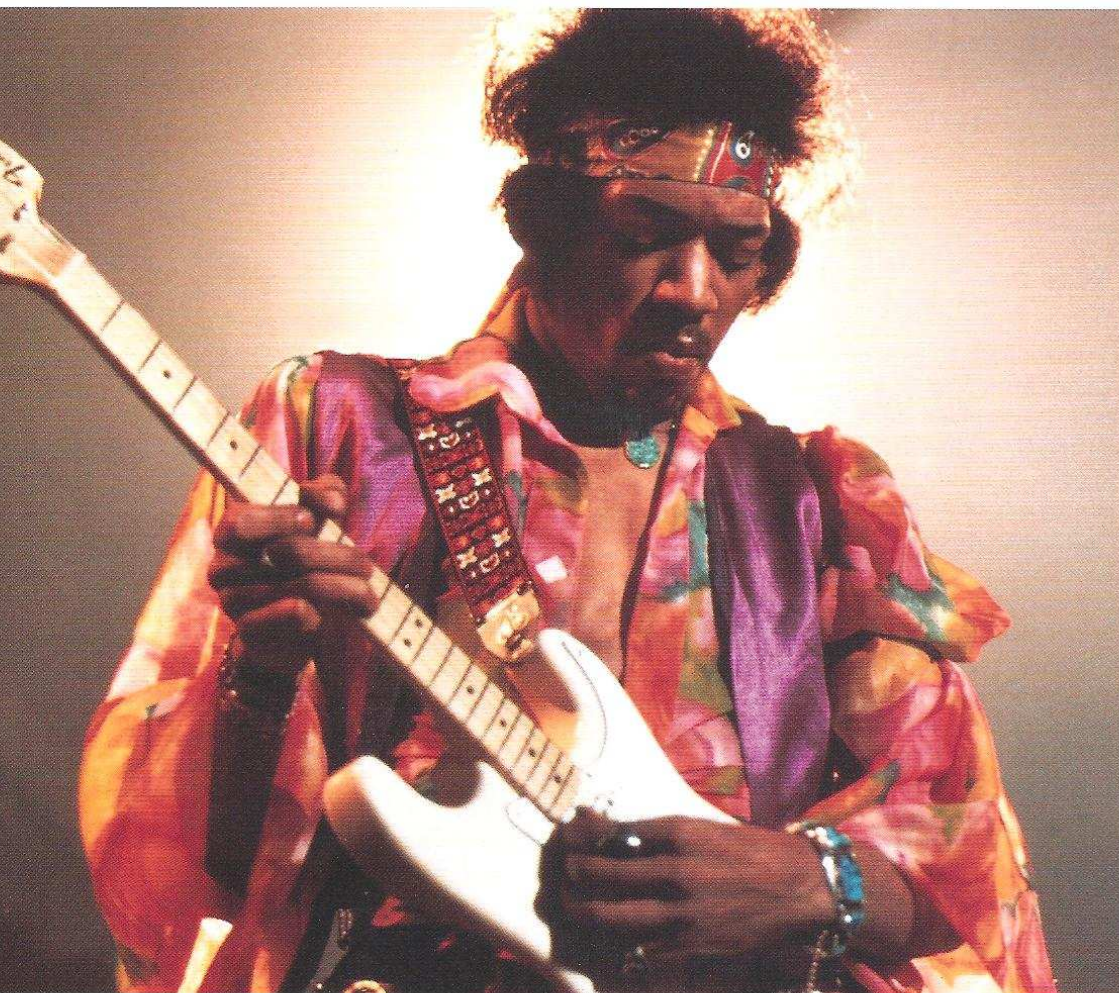


Condução de Eletricidade nos Sólidos



Retna

A física do estado sólido e a eletrônica do estado sólido transformaram radicalmente a vida moderna. Os primeiros computadores, por exemplo, precisavam das grandes e desajeitadas válvulas eletrônicas para funcionar, e por isso ocupavam salas inteiras. Hoje em dia computadores muito mais potentes utilizam circuitos integrados compostos por minúsculos transistores, e são tão pequenos que alguns modelos podem ser guardados no bolso. Aparentemente as válvulas eletrônicas se tornaram peças de museu; na verdade, deixaram de fazer parte do currículo dos cursos de engenharia elétrica. Mesmo assim muitos guitarristas de rock da atualidade dão preferência a amplificadores a válvula, como os que Jimi Hendrix usava quando revolucionou o rock no final da década de 1960.

Por que os músicos de rock usam amplificadores a válvula em vez de amplificadores transistorizados?

A resposta está neste capítulo.

41-1 O QUE É FÍSICA?

Neste capítulo discutimos um objetivo da física que se tornou extremamente importante nos últimos cinquenta anos. O objetivo é responder à seguinte pergunta: quais são os mecanismos através dos quais um material conduz, ou não conduz, eletricidade? Esta pergunta ainda não foi respondida de forma totalmente satisfatória, principalmente porque qualquer explicação envolve a aplicação da física quântica, não a átomos e partículas isoladas, como nos últimos capítulos, mas a um número imenso de partículas reunidas em um pequeno volume e interagindo de várias formas. Apesar dessa dificuldade, cientistas e engenheiros conseguiram aplicar com sucesso a física quântica a muitos problemas específicos de ciência dos materiais, e é graças a isso que hoje dispomos de computadores, calculadoras, telefones celulares e muitos outros tipos de aparelhos eletrônicos baseados em dispositivos semicondutores.

Nosso ponto de partida neste capítulo é dividir os sólidos entre os que conduzem corrente elétrica e os que não conduzem.

41-2 | Propriedades Elétricas dos Sólidos

Neste capítulo vamos discutir apenas **sólidos cristalinos**, isto é, sólidos cujos átomos estão dispostos em uma estrutura periódica tridimensional conhecida como **rede cristalina**. Não consideraremos sólidos como a madeira, o plástico, o vidro e a borracha, cujos átomos não formam uma estrutura periódica. A Fig. 41-1 mostra as unidades básicas (**células unitárias**) das redes cristalinas do cobre, nosso protótipo de metal, e do silício e do diamante (carbono), nossos protótipos de semicondutor e isolante, respectivamente.

Podemos classificar os sólidos, do ponto de vista elétrico, de acordo com três propriedades básicas:

1. A **resistividade** ρ à temperatura ambiente, cuja unidade no SI é o ohm-metro ($\Omega \cdot m$); a resistividade será definida na Seção 26-4.
2. O **coeficiente de temperatura da resistividade** α , definido através da relação $\alpha = (1/\rho)(d\rho/dT)$ (veja a Eq. 26-17), cuja unidade no SI é o inverso do kelvin (K^{-1}). Para determinar experimentalmente o α de um sólido basta medir a resistividade ρ para várias temperaturas.
3. A **concentração de portadores de carga** n , definida como o número de portadores de carga por unidade de volume, cuja unidade no SI é o inverso do metro cúbico (m^{-3}). Um dos métodos para medir essa grandeza utiliza o efeito Hall, discutido na Seção 28-4.

Medindo a resistividade de diferentes materiais à temperatura ambiente constatamos que existem alguns materiais, os chamados **isolantes**, que, para todos os efeitos práticos não conduzem eletricidade. Em outras palavras, a resistividade elétrica desses materiais é extremamente elevada. O diamante, um bom exemplo, tem uma resistividade 10^{24} vezes maior que a do cobre.

Podemos usar as medidas de ρ , α e n para dividir os materiais que não são isolantes em duas categorias principais: **metais** e **semicondutores**.

Os semicondutores possuem uma resistividade ρ bem maior que a dos metais.

O coeficiente de temperatura da resistividade α dos semicondutores é negativo e maior que o dos metais, enquanto o dos metais é positivo. Em outras palavras, a resistividade de um semicondutor *diminui* quando a temperatura aumenta, enquanto a dos metais *aumenta* quando a temperatura aumenta.

Os semicondutores possuem uma concentração de portadores n bem menor que a dos metais.

A Tabela 41-1 mostra os valores dessas grandezas para o cobre, nosso protótipo de metal, e para o silício, nosso protótipo de semicondutor.

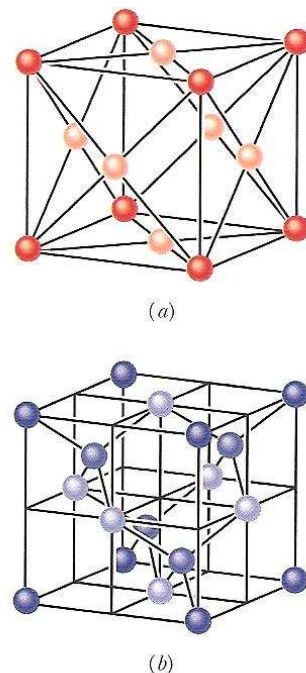


FIG. 41-1 (a) A célula unitária do cobre tem a forma de um cubo. Existe um átomo de cobre (tom mais escuro) em cada vértice do cubo e um átomo de cobre (tom mais claro) no centro de cada face do cubo. Esta estrutura é chamada de *rede cúbica de faces centradas*. (b) A célula unitária do silício e do diamante também tem a forma de um cubo. Existe um átomo (tom mais escuro) em cada vértice do cubo e um átomo (tom mais claro) no centro de cada face do cubo. Além disso, existem quatro átomos (tom intermediário) no interior do cubo. Cada átomo está ligado aos quatro vizinhos mais próximos por uma ligação covalente que envolve dois elétrons. (A figura mostra os quatro vizinhos mais próximos apenas para os quatro átomos que estão no interior do cubo.)

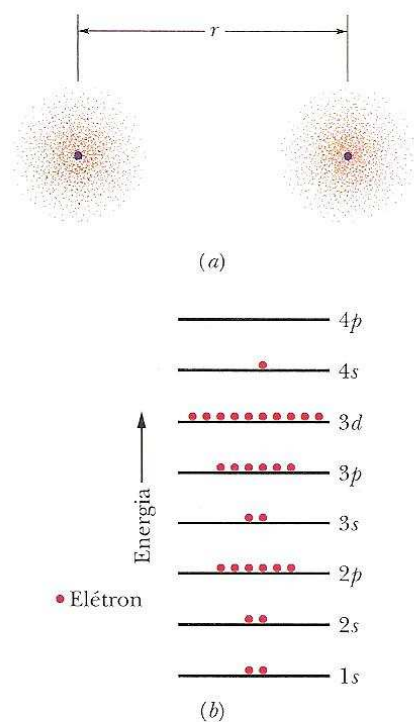


FIG. 41-2 (a) Dois átomos de cobre separados por uma grande distância; as distribuições de elétrons dos átomos estão representadas por gráficos de pontos. (b) Cada átomo de cobre possui 29 elétrons, distribuídos em várias subcamadas. Em um átomo neutro no estado fundamental todas as subcamadas até o nível $3d$ estão totalmente ocupadas e a subcamada $4s$ contém um elétron (a subcamada pode acomodar dois elétrons); as subcamadas acima estão vazias. Para simplificar o desenho, a separação entre os níveis de energia é mostrada na figura como se fosse constante.

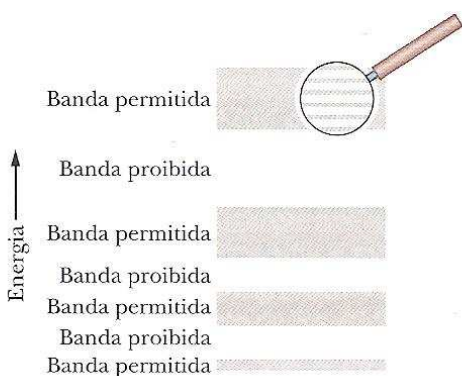


FIG. 41-3 Bandas de energia em um sólido cristalino típico. Como mostra a ampliação, cada banda é formada por níveis de energia muito próximos uns dos outros. (Em muitos sólidos, bandas adjacentes se superpõem; para simplificar o desenho não mostramos essa situação.)

TABELA 41-1

Algumas Propriedades Elétricas de Dois Materiais^a

Propriedade	Unidade	Material	
		Cobre	Silício
Tipo de condutor		Metal	Semicondutor
Resistividade, ρ	$\Omega \cdot \text{m}$	2×10^{-8}	3×10^3
Coefficiente de temperatura da resistividade, α	K^{-1}	$+4 \times 10^{-3}$	-70×10^{-3}
Concentração de portadores de carga, n	m^{-3}	9×10^{28}	1×10^{16}

^aTodos os valores são para a temperatura ambiente.

Agora que sabemos quais são os parâmetros importantes associados à condução de eletricidade em sólidos, vamos tentar responder à questão central deste capítulo: *o que faz do diamante um isolante, do cobre um metal e do silício um semicondutor?* Mais uma vez, as respostas podem ser encontradas na física quântica.

41-3 Níveis de Energia em um Sólido Cristalino

A distância entre átomos de cobre vizinhos no cobre sólido é 260 pm. A Fig. 41-2a mostra dois átomos isolados de cobre separados por uma distância r muito maior que 260 pm. Como se pode ver na Fig. 41-2b, cada um desses átomos contém 29 elétrons distribuídos em diferentes subcamadas, da seguinte forma:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1.$$

A notação da Seção 40-9 foi usada para rotular as camadas. Assim, por exemplo, a subcamada com número quântico principal $n = 3$ e número quântico orbital $\ell = 1$ é denominada subcamada $3p$. Esta subcamada pode acomodar $2(2\ell + 1) = 6$ elétrons; o número de estados realmente ocupados é indicado por um índice superior. Podemos ver que as primeiras seis subcamadas do cobre estão totalmente ocupadas, mas a última, a subcamada $4s$, que pode acomodar 2 elétrons, contém apenas um.

Quando aproximamos os átomos da Fig. 41-2a suas funções de onda começam a se superpor, começando pelas dos elétrons mais distantes do núcleo. Quando as funções de onda de dois átomos se superpõem não podemos mais falar de dois átomos independentes; temos que considerar um sistema de dois átomos. No caso do cobre, esse sistema contém $2 \times 29 = 58$ elétrons. O sistema como um todo também está sujeito ao princípio de exclusão de Pauli, o que significa que os 58 elétrons devem ocupar estados quânticos diferentes. Em consequência, cada nível de energia do átomo isolado se desdobra em *dois* níveis.

Se em vez de apenas dois átomos reunimos um número muito maior de átomos, formando um arranjo periódico, formamos a rede cristalina do cobre sólido. Se a rede cristalina contém, digamos, N átomos, cada nível do átomo isolado do cobre se desdobra em N níveis. Assim, em uma rede cristalina os níveis de energia de um átomo isolado se desdobram para formar **bandas de energia**, separadas por **bandas proibidas**, isto é, níveis de energia que nenhum elétron pode ocupar. Uma banda típica tem apenas alguns elétrons-volts de largura. Como N pode ser da ordem de 10^{24} , os níveis no interior de uma banda estão muito próximos, e a banda pode ser considerada praticamente contínua.

A Fig. 41-3 mostra a estrutura de bandas de energia de um sólido cristalino típico. Observe que as bandas de menor energia são mais estreitas que as de maior energia. Isso acontece porque os elétrons que ocupam as bandas de menor energia estão mais próximos do núcleo atômico, e as funções de onda associadas a esses elétrons não sofrem uma grande superposição com as funções de onda associadas aos elétrons correspondentes dos átomos vizinhos. Por essa razão o desdobramento dos

níveis de energia não é tão grande como o dos níveis de energia ocupados pelos elétrons mais distantes do núcleo.

41-4 | Isolantes

Dizemos que uma substância é isolante se a aplicação de uma diferença de potencial à substância não produz uma corrente elétrica. Para que exista uma corrente elétrica é necessário que a energia cinética média dos elétrons do material aumente. Para isso, alguns elétrons devem passar para um nível mais alto de energia. Nos isolantes, como mostra a Fig. 41-4, a banda de maior energia que contém elétrons está totalmente ocupada e o princípio de exclusão de Pauli impede que elétrons sejam transferidos para níveis já ocupados.

Assim, os elétrons da banda totalmente ocupada de um isolante não têm para onde ir. É como se alguém tentasse escalar uma escada estreita com uma pessoa parada em cada degrau; por falta de degraus vazios a pessoa não conseguiria subir.

Existem muitos níveis desocupados em uma banda que fica acima da última banda ocupada da Fig. 41-4. Entretanto, para que um elétron seja transferido para um desses níveis precisa adquirir energia suficiente para superar a diferença de energia entre as duas bandas. No diamante a diferença é tão grande (5,5 eV, ou seja, 140 vezes a energia térmica de um elétron à temperatura ambiente) que praticamente nenhum elétron consegue transpô-la. Por essa razão o diamante se comporta como um isolante.

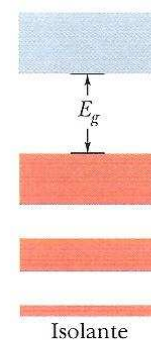


FIG. 41-4 Bandas de energia de um isolante; os níveis ocupados são mostrados em vermelho e os níveis desocupados em azul.

Exemplo 41-1

Estime a probabilidade de que, à temperatura ambiente (300 K), um elétron da extremidade superior da última banda ocupada do diamante (um isolante) passe para a extremidade inferior da primeira banda desocupada, separada da primeira por uma energia E_g . Para o diamante, $E_g = 5,5$ eV.

IDÉIA-CHAVE

No Capítulo 40 usamos a Eq. 40-29,

$$\frac{N_x}{N_0} = e^{-(E_x - E_0)/kT}, \quad (41-1)$$

para relacionar a população N_x de átomos do nível de energia E_x à população N_0 do nível E_0 , onde os átomos fazem parte de um sistema em equilíbrio térmico à temperatura T (medida em kelvins); k é a constante de Boltzmann ($8,62 \times 10^{-5}$ eV/K). Neste capítulo podemos usar a Eq. 41-1 para calcular a probabilidade *aproximada* P de que um elétron em um isolante transponha a barreira de energia E_g da Fig. 41-4.

Cálculos: Para começar fazemos a diferença de energia $E_x - E_0$ igual a E_g . Em outras palavras, supomos que a probabilidade P é aproximadamente igual à razão N_x/N_0 entre as populações na extremidade inferior da banda de cima e na extremidade superior da banda de baixo.

No caso do diamante, o expoente da Eq. 41-1 é

$$-\frac{E_g}{kT} = -\frac{5,5 \text{ eV}}{(8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K})} = -213.$$

A probabilidade pedida é, portanto,

$$P = \frac{N_x}{N_0} = e^{-(E_g/kT)} = e^{-213} \approx 3 \times 10^{-93}. \quad (\text{Resposta})$$

Esse resultado mostra que aproximadamente 3 elétrons em cada 10^{93} conseguem passar para a banda de cima. Como os maiores diamantes conhecidos têm menos de 10^{23} elétrons, a probabilidade de que esse salto ocorra é extremamente pequena. É por isso que o diamante é um ótimo isolante.

41-5 | Metais

O que define um metal é que, como na Fig. 41-5, o nível de energia mais alto ocupado pelos elétrons está no meio de uma banda de energias permitidas. Quando aplicamos uma diferença de potencial a um metal produzimos uma corrente elétrica, já que existem muitos estados com uma energia ligeiramente maior para os quais os elétrons podem ser transferidos por ação da diferença de potencial.

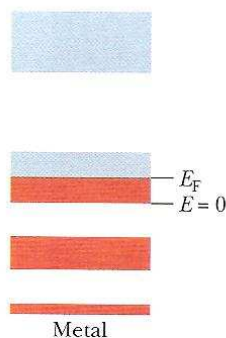


FIG. 41-5 Bandas de energia de um metal. O nível mais alto ocupado, chamado nível de Fermi, fica perto do meio de uma banda. Como existem níveis vazios disponíveis dentro da banda os elétrons podem ser transferidos facilmente para esses níveis, e o material conduz corrente elétrica.

Na Seção 26-6, apresentamos o **modelo dos elétrons livres** para um metal, no qual os **elétrons de condução** estavam livres para se mover no interior da amostra como as moléculas de um gás em um recipiente fechado. Usamos esse modelo para chegar a uma expressão para a resistividade de um metal, supondo que os elétrons obedecem às leis da mecânica newtoniana. Agora vamos usar o mesmo modelo para explicar o comportamento dos elétrons de condução na banda parcialmente completa da Fig. 41-5. Dessa vez, porém, vamos respeitar as leis da física quântica, supondo que as energias dos elétrons são quantizadas e que o princípio de exclusão de Pauli é respeitado.

Vamos supor também que a energia potencial elétrica U de um elétron de condução tem o mesmo valor em todos os pontos do material. Tomamos arbitrariamente esse valor como sendo zero, caso em que a energia mecânica E dos elétrons se torna igual à energia cinética.

A extremidade inferior da banda parcialmente ocupada da Fig. 41-5 corresponde a $E = 0$. O nível ocupado mais alto da banda no zero absoluto ($T = 0$ K) é denominado **nível de Fermi**; a energia correspondente é chamada de **energia de Fermi**, representada pelo símbolo E_F . No caso do cobre, $E_F = 7,0$ eV.

A velocidade de um elétron com uma energia cinética igual à energia de Fermi é chamada de **velocidade de Fermi** e representada pelo símbolo v_F . No caso do cobre, $v_F = 1,6 \times 10^6$ m/s. Esse fato deve ser suficiente para desmentir a crença popular de que todos os movimentos cessam no zero absoluto. A essa temperatura, por causa do princípio de exclusão de Pauli os elétrons estão distribuídos na banda parcialmente completa da Fig. 41-5 com energias que vão de zero até a energia de Fermi.

Quantos Elétrons de Condução Existem?

Se pudéssemos observar o que acontece com os elétrons dos átomos quando estes se unem para formar um sólido veríamos que os elétrons de condução de um metal são os *elétrons de valência* (elétrons da última camada) dos átomos originais. Os átomos *monovalentes* contribuem com um elétron para os elétrons de condução de um metal; os átomos *divalentes* contribuem com dois. Assim, o número total de elétrons de condução é dado por

$$\left(\begin{array}{c} \text{número de elétrons de} \\ \text{condução da amostra} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{número de átomos} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{número de elétrons de} \\ \text{valência por átomo} \end{array} \right). \quad (41-2)$$

(Neste capítulo vamos escrever várias equações usando palavras em lugar de símbolos porque os símbolos que usamos anteriormente para representar essas grandezas agora representam outras grandezas.) A *concentração* de elétrons de condução em uma amostra, representada pela letra n , é o número de elétrons de condução por unidade de volume:

$$n = \frac{\text{número de elétrons de condução da amostra}}{\text{volume da amostra, } V}. \quad (41-3)$$

Podemos relacionar o número de átomos em uma amostra a várias outras propriedades da amostra e do material de que é feita a amostra através das seguintes equações:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{número de átomos} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) &= \frac{\text{massa da amostra, } M_{\text{am}}}{\text{massa atômica}} = \frac{\text{massa da amostra, } M_{\text{am}}}{(\text{massa molar } M)/N_A} \\ &= \frac{(\text{massa específica do material})(\text{volume da amostra, } V)}{(\text{massa molar, } M)/N_A}, \end{aligned} \quad (41-4)$$

onde a massa molar M é a massa de um mol do material de que é feita a amostra e N_A é o número de Avogadro ($6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$).

Exemplo 41-2

Quantos elétrons de condução existem em um cubo de magnésio com um volume de $2,00 \times 10^{-6} \text{ m}^3$? Os átomos de magnésio são divalentes.

IDÉIAS-CHAVE

1. Como os átomos de magnésio são divalentes, cada átomo de magnésio contribui com dois elétrons de condução.
2. O número de elétrons de condução existentes no cubo está relacionado ao número de átomos do cubo pela Eq. 41-2.
3. Podemos determinar o número de átomos usando a Eq. 41-4 e os dados conhecidos a respeito do volume do cubo e das propriedades do magnésio.

Cálculos: A Eq. 41-4 pode ser escrita na forma

$$\left(\begin{array}{c} \text{número} \\ \text{de átomos} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) = \frac{(\text{massa específica do material}) (\text{volume da amostra, } V) N_A}{\text{massa molar, } M}.$$

O magnésio tem uma massa específica de $1,738 \text{ g/cm}^3 (= 1,738 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$ e uma massa molar de $24,312 \text{ g/mol} (= 24,312 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})$ (veja o Apêndice F). O numerador é igual a

$$(1,738 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(2,00 \times 10^{-6} \text{ m}^3) \times (6,02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}) = 2,0926 \times 10^{21} \text{ kg/mol}.$$

$$\text{Assim, } \left(\begin{array}{c} \text{número de átomos} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) = \frac{2,0926 \times 10^{21} \text{ kg/mol}}{24,312 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 8,61 \times 10^{22}.$$

Usando esse resultado e o fato de que os átomos de magnésio são divalentes, obtemos

$$\left(\begin{array}{c} \text{número de} \\ \text{elétrons de condução} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) = (8,61 \times 10^{22} \text{ átomos}) \left(2 \frac{\text{elétrons}}{\text{átomo}} \right) = 1,72 \times 10^{23} \text{ elétrons. (Resposta)}$$

Condutividade para $T > 0$

Nosso interesse prático está na condução de eletricidade por metais em temperaturas muito acima do zero absoluto. O que acontece com a distribuição de elétrons da Fig. 41-5 quando a temperatura aumenta? Como vamos ver em seguida, as mudanças em relação à distribuição no zero absoluto são surpreendentemente pequenas.

Dos elétrons que ocupam a banda parcialmente ocupada da Fig. 41-5 apenas os que têm energias próximas da energia de Fermi são afetados pela agitação térmica. Mesmo para $T = 1000 \text{ K}$, temperatura na qual o cobre já está incandescente, a distribuição de elétrons entre os níveis disponíveis não é muito diferente da distribuição para $T = 0 \text{ K}$. Vejamos por quê. A grandeza kT , onde k é a constante de Boltzmann, é uma medida conveniente da energia que pode ser fornecida a um elétron de condução pelas vibrações aleatórias da rede cristalina. Para $T = 1000 \text{ K}$, $kT = 0,086 \text{ eV}$. É extremamente improvável que um elétron receba uma energia muito maior que esse valor devido apenas à agitação térmica; em consequência, apenas um pequeno número de elétrons (aqueles muito próximos do nível de Fermi) recebe energia suficiente para ser promovido a um nível desocupado. Em linguagem poética, a agitação térmica produz apenas pequenas ondulações na superfície do mar de elétrons de Fermi; as vastas profundezas do mar não são afetadas.

Quantos Estados Quânticos Existem?

A capacidade de um metal de conduzir eletricidade depende do número de estados disponíveis para os elétrons e das energias dos estados. Surge naturalmente uma pergunta: quais são as energias dos estados que compõem a banda parcialmente completa da Fig. 41-5? Esta pergunta não pode ser respondida, pois os estados são tão numerosos que seria impossível enumerá-los. Uma pergunta que *pode* ser respondida é a seguinte: quantos estados existem por unidade de volume no intervalo de energias entre E e $E + dE$? Este número é normalmente escrito na forma $N(E)$

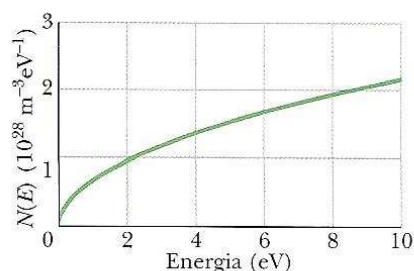


FIG. 41-6 A função densidade de estados $N(E)$, definida como o número de níveis de energia disponíveis para os elétrons por unidade de energia e por unidade de volume, plotada em função da energia. A função densidade de estados expressa apenas o número de estados disponíveis; esses estados podem estar ou não ocupados por elétrons.

dE , onde $N(E)$ é uma grandeza conhecida como **densidade de estados**. A unidade de $N(E)dE$ no SI é o número de estados por metro cúbico (estados/ m^3 , ou simplesmente m^{-3}), e a unidade de $N(E)$ mais usada na prática, embora não seja uma unidade do SI, é o número de estados por metro cúbico e por elétron-volt ($\text{m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}$).

Podemos obter uma expressão para a densidade de estados contando o número de diferentes ondas estacionárias que podem ser excitadas em uma caixa do tamanho da amostra que estamos estudando. Esse processo é análogo ao de contar o número de ondas sonoras estacionárias que podem existir em um tubo de órgão. A diferença é que nosso problema é tridimensional (o problema do tubo de órgão é unidimensional), e as ondas são ondas de matéria (as ondas em um tubo de órgão são ondas sonoras). É possível demonstrar que o resultado é o seguinte:

$$N(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \quad (\text{densidade de estados, } \text{m}^{-3} \text{ J}^{-1}), \quad (41-5)$$

onde m ($= 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$) é a massa do elétron, h ($= 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$) é a constante de Planck, E é a energia em joules para a qual o valor de $N(E)$ é calculado e $N(E)$ é a densidade de estados em número de estados por metro cúbico e por joule ($\text{m}^{-3} \cdot \text{J}^{-1}$). Para modificar a Eq. 41-5 de tal forma que o valor de E esteja em elétrons-volts e o valor de $N(E)$ em número de estados por metro cúbico e por elétron-volt ($\text{m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}$) basta multiplicar o lado direito da equação por $e^{3/2}$, onde e é a carga fundamental, $1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$. A Fig. 41-6 mostra um gráfico dessa versão modificada da Eq. 41-5. Observe que a densidade de estados não depende da temperatura nem das características da amostra, como sua forma ou o material de que é feita.



TESTE 1 (a) A distância entre níveis de energia vizinhos em uma amostra de cobre para $E = 4 \text{ eV}$ é maior, igual ou menor que a distância entre níveis vizinhos para $E = 6 \text{ eV}$? (b) A distância entre níveis de energia vizinhos em uma amostra de cobre para $E = 4 \text{ eV}$ é maior, igual ou menor que a distância entre níveis vizinhos em uma amostra de mesmo volume de alumínio para a mesma energia?

Exemplo 41-3

(a) Use os dados da Fig. 41-6 para determinar o número de estados por elétron-volt para $E = 7 \text{ eV}$ em uma amostra metálica com um volume $V = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^3$.

IDÉIA-CHAVE

Podemos obter o número de estados por elétron-volt para uma certa energia a partir da densidade de estados $N(E)$ para essa energia e do volume V da amostra.

Cálculos: Para uma energia de 7 eV , temos:

$$\left(\begin{array}{c} \text{número de estados} \\ \text{por eV para } 7 \text{ eV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{densidade de estados} \\ N(E) \text{ para } 7 \text{ eV} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{volume da} \\ \text{amostra, } V \end{array} \right).$$

De acordo com a Fig. 41-6, para uma energia de 7 eV a densidade de estados é $1,8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}$. Assim, temos:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{número de estados} \\ \text{por eV para } 7 \text{ eV} \end{array} \right) &= (1,8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(2 \times 10^{-9} \text{ m}^3) \\ &= 3,6 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \\ &\approx 4 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(b) Determine o número N de estados em um *pequeno* intervalo de energia $\Delta E = 0,003 \text{ eV}$, com centro em 7 eV .

Cálculo: De acordo com a Eq. 41-5 e a Fig. 41-6, sabemos que a densidade de estados depende da energia E ; entretanto, para um pequeno intervalo ΔE (*pequeno*, neste contexto, significa $\Delta E \ll E$) podemos supor que a densidade de estados (e, portanto, o número de estados por elétron-volt) é aproximadamente constante. Assim, para uma energia de 7 eV temos a seguinte relação aproximada:

$$\left(\begin{array}{c} \text{número de estados } N \text{ no} \\ \text{intervalo } \Delta E \text{ para } 7 \text{ eV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{número de estados} \\ \text{por eV para } 7 \text{ eV} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{intervalo} \\ \Delta E \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{ou} \quad N &= (3,6 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1})(0,003 \text{ eV}) \\ &= 1,1 \times 10^{17} \approx 1 \times 10^{17}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(Quando você tiver que calcular o número de estados em um certo intervalo de energia verifique primeiro se o intervalo é suficientemente pequeno para que esse tipo de aproximação possa ser usado.)

A Probabilidade de Ocupação $P(E)$

A capacidade de um metal de conduzir eletricidade depende também da probabilidade de que os estados disponíveis estejam ocupados. Outra pergunta surge naturalmente: se um nível de energia E está disponível, qual é a probabilidade $P(E)$ de que o nível esteja ocupado por um elétron? Em $T = 0$ sabemos que para todas as energias menores que a energia de Fermi $P(E) = 1$, ou seja, todos os níveis certamente estão ocupados. Sabemos também que para todas as energias maiores que a energia de Fermi $P(E) = 0$, isto é, todos os níveis certamente estão desocupados. Essa situação está ilustrada na Fig. 41-7a.

Para determinar a função $P(E)$ em temperaturas acima do zero absoluto precisamos usar uma estatística quântica conhecida como **estatística de Fermi-Dirac**, em homenagem aos cientistas que a propuseram. Usando essa estatística é possível demonstrar que a **probabilidade de ocupação** $P(E)$ é dada por

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (\text{probabilidade de ocupação}), \quad (41-6)$$

onde E_F é a energia de Fermi. Observe que $P(E)$ não depende da energia E do nível, e sim da diferença $E - E_F$, que pode ser positiva ou negativa.

Para verificar se a Eq. 41-6 cobre a situação representada na Fig. 41-7a basta fazer $T = 0$. O resultado é o seguinte:

Para $E < E_F$ o termo exponencial da Eq. 41-6 é $e^{-\infty} = 0$ e, portanto, $P(E) = 1$, o que está de acordo com a Fig. 41-7a.

Para $E > E_F$ o termo exponencial da Eq. 41-6 é $e^{\infty} = \infty$ e, portanto, $P(E) = 0$, o que também está de acordo com a Fig. 41-7a.

A Fig. 41-7b mostra o gráfico da função $P(E)$ para $T = 1000$ K. Examinando a figura vemos que, como já foi comentado, a distribuição de elétrons entre os estados disponíveis só difere da distribuição a 0 K para um pequeno intervalo de energias nas vizinhanças do nível de Fermi. Observe que para $E = E_F$, qualquer que seja a temperatura, o termo exponencial da Eq. 41-6 é $e^0 = 1$ e, portanto, $P(E) = 0,5$. Isso leva a uma outra forma de definir a energia de Fermi:

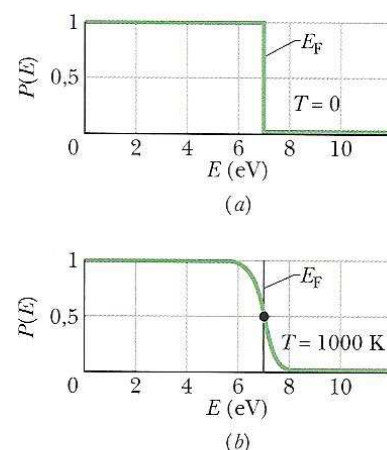


FIG. 41-7 A função probabilidade de ocupação, $P(E)$, expressa a probabilidade de que um nível de energia seja ocupado por um elétron. (a) Em $T = 0$ K, $P(E) = 1$ para níveis com energia menor que a energia de Fermi, E_F , e $P(E) = 0$ para níveis com energia maior que E_F . (b) Em $T = 1000$ K, a agitação térmica faz com que uns poucos elétrons com energias ligeiramente menores que a energia de Fermi sejam excitados para estados com energias ligeiramente maiores que a energia de Fermi. O ponto na curva mostra que, para $E = E_F$, $P(E) = 0,5$.

➡ A energia de Fermi de um material é a energia do estado quântico que tem uma probabilidade de 0,5 de estar ocupado por um elétron.

As Figs. 41-7a e 41-7b foram plotadas para o cobre, que possui uma energia de Fermi de 7,0 eV. Assim, para o cobre, tanto em $T = 0$ como em $T = 1000$ K, um estado de energia $E = 7,0$ eV tem uma probabilidade de 0,5 de estar ocupado.*

Exemplo 41-4

(a) Qual é a probabilidade de que um estado quântico cuja energia é 0,10 eV maior que a energia de Fermi esteja ocupado por um elétron? A temperatura da amostra é 800 K.

$$\frac{E - E_F}{kT} = \frac{0,10 \text{ eV}}{(8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(800 \text{ K})} = 1,45.$$

Substituindo este valor na Eq. 41-6, obtemos:

$$P(E) = \frac{1}{e^{1,45} + 1} = 0,19 \text{ ou } 19\%. \quad (\text{Resposta})$$

IDÉIA-CHAVE A probabilidade de ocupação de qualquer estado de um metal pode ser calculada usando a Eq. 41-6.

Cálculos: Para aplicar a Eq. 41-6 vamos primeiro calcular o expoente de e :

(b) Qual é a probabilidade de ocupação de um estado cuja energia é 0,10 eV *menor* que a energia de Fermi?

* Na verdade, a energia de Fermi diminui ligeiramente quando a temperatura aumenta, mas a variação é tão pequena que normalmente é desprezada. (N.T.)

Cálculo: A mesma Idéia-chave do item (a) se aplica a este caso. Como o estado está *abaixo* da energia de Fermi, o expoente de e na Eq. 41-6 é *negativo*, mas o valor absoluto da diferença $E - E_F$ permanece o mesmo. Assim, temos:

$$P(E) = \frac{1}{e^{-1,45} + 1} = 0,81 \text{ ou } 81\%. \quad (\text{Resposta})$$

No caso de estados abaixo da energia de Fermi estamos

freqüentemente mais interessados na probabilidade de que o estado esteja *desocupado*. Essa probabilidade é simplesmente $1 - P(E)$, o que, no caso que estamos examinando, corresponde a 19%. Observe que essa probabilidade é igual à obtida no item (a). Esse fato não é uma simples coincidência, mas resulta da simetria da função $P(E)$ em relação à energia de Fermi.

Quantos Estados Ocupados Existem?

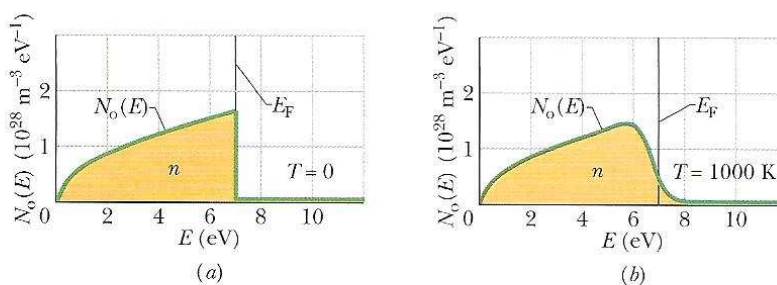
A Eq. 41-5 e a Fig. 41-6 mostram qual é a distribuição de estados disponíveis em função da energia. A probabilidade de que um estado disponível esteja ocupado por um elétron é dada pela Eq. 41-6. Para determinar $N_o(E)$, a **densidade de estados ocupados**, devemos atribuir a cada estado disponível um peso correspondente a sua probabilidade de ocupação, escrevendo:

$$\left(\begin{array}{c} \text{densidade de estados ocupados} \\ N_o(E) \text{ para a energia } E \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{densidade de estados} \\ N(E) \text{ para a energia } E \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{probabilidade de ocupação} \\ P(E) \text{ para a energia } E \end{array} \right)$$

$$\text{ou} \quad N_o(E) = N(E) P(E) \quad (\text{densidade de estados ocupados}). \quad (41-7)$$

A Fig. 41-8a mostra um gráfico da Eq. 41-7 para o cobre a 0 K. A curva pode ser obtida multiplicando, para cada energia, o valor da densidade de estados (Fig. 41-6) pelo valor da probabilidade de ocupação a 0 K (Fig. 41-7a). A Fig. 41-8b, obtida de forma semelhante, mostra a densidade de estados ocupados do cobre a 1000 K. Observe que apenas os elétrons com energias próximas da energia de Fermi foram afetados pelo aumento da temperatura.

FIG. 41-8 (a) Densidade de estados ocupados $N_o(E)$ do cobre no zero absoluto. A área sob a curva é a concentração de elétrons, n . Observe que todos os estados com energia menor que a energia de Fermi $E_F = 7$ eV estão ocupados e todos os estados com energia maior que a energia de Fermi estão vazios. (b) Densidade de estados ocupados $N_o(E)$ do cobre para $T = 1000$ K. Observe que apenas os elétrons com energias próximas da energia de Fermi foram afetados pelo aumento da temperatura.



Exemplo 41-5

Se a amostra do Problema 41-3 é feita de cobre, cuja energia de Fermi é 7,0 eV, quantos estados ocupados por elétron-volt existem em um pequeno intervalo de energia nas vizinhanças de 7,0 eV?

IDÉIAS-CHAVE

(1) O raciocínio do Exemplo 41-3a também se aplica a este problema, exceto pelo fato de que agora devemos calcular a densidade de estados *ocupados* $N_o(E)$, dada pela Eq. 41-7 [$N_o(E) = N(E)P(E)$]. (2) Como estamos interessados em calcular o número de estados ocupados por

unidade de energia em um pequeno intervalo de energia nas vizinhanças de 7,0 eV (a energia de Fermi do cobre), a probabilidade de ocupação $P(E)$ é aproximadamente 0,5.

Cálculos: De acordo com a Fig. 41-6, a densidade de estados para uma energia de 7 eV é aproximadamente $1,8 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}$. Assim, de acordo com a Eq. 41-7 a densidade de estados ocupados é

$$N_o(E) = N(E) P(E) = (1,8 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(0,50) = 0,9 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}.$$

Agora reescrevemos a equação do Exemplo 41-3a em termos dos estados ocupados:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \text{número de estados ocupados} \\ \text{por eV para 7 eV} \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{c} \text{densidade de estados ocupados} \\ N_o(E) \text{ para 7 eV} \end{array} \right) \\ &\times \left(\begin{array}{c} \text{volume } V \\ \text{da amostra} \end{array} \right). \end{aligned}$$

Substituindo $N_o(E)$ pelo valor já calculado e o volume V pelo valor dado no Exemplo 41-3, temos:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \text{número de estados} \\ \text{ocupados por eV} \\ \text{para 7 eV} \end{array} \right) \\ &= (0,9 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(2 \times 10^{-9} \text{ m}^3) \\ &= 1,8 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \\ &\approx 2 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Cálculo da Energia de Fermi

Se calcularmos (por integração) o número de estados ocupados por unidade de volume a 0 K para todas as energias entre $E = 0$ e $E = E_F$, o resultado terá que ser igual a n , o número de elétrons de condução por unidade de volume do material:

$$n = \int_0^{E_F} N_o(E) dE. \quad (41-8)$$

(No caso do cobre, a integral representa a área sob a curva da Fig. 41-8a.) Como no zero absoluto $P(E) = 1$ para todas as energias menores que a energia de Fermi, podemos substituir $N_o(E)$ na Eq. 41-8 por $N(E)$ (usando a Eq. 41-7) e usar a Eq. 41-8 para calcular a energia de Fermi E_F . Substituindo a Eq. 41-5 na Eq. 41-8, obtemos:

$$n = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} \int_0^{E_F} E^{1/2} dE = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} \frac{2E_F^{3/2}}{3},$$

onde m é a massa do elétron. Explicitando E_F , temos:

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0,121h^2}{m} n^{2/3}. \quad (41-9)$$

Assim, se conhecemos n , o número de elétrons de condução por unidade de volume de um metal, podemos calcular a energia de Fermi do metal.

41-6 | Semicondutores

Comparando a Fig. 41-9a com a Fig. 41-4, vemos que a estrutura de bandas de um semicondutor é parecida com a de um isolante; a diferença é que nos semicondutores a distância E_g entre o nível mais alto da última banda ocupada (a **banda de valência**) e o nível mais baixo da primeira banda desocupada (a **banda de condução**) é muito menor que nos isolantes. Assim, por exemplo, o silício ($E_g = 1,1$ eV) é um semicondutor, enquanto o diamante ($E_g = 5,5$ eV) é um isolante. No silício, ao contrário do que acontece no diamante, a probabilidade de que a agitação térmica faça um elétron passar da banda de valência para a banda de condução não pode ser desprezada.

Na Tabela 41-1 comparamos três propriedades elétricas básicas do cobre, nosso protótipo de metal, com as do silício, nosso protótipo de semicondutor. Vamos examinar novamente a tabela, uma linha de cada vez, para ver o que diferencia um semicondutor de um metal.

Concentração de Portadores, n

A última linha da Tabela 41-1 mostra que o cobre possui uma concentração muito maior de portadores de carga por unidade de volume que o silício (a razão entre as

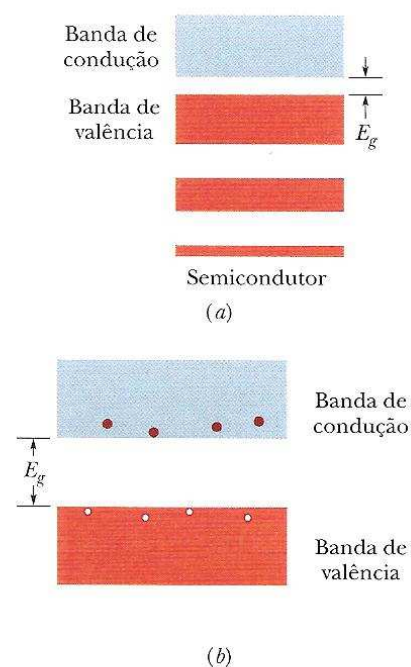


FIG. 41-9 (a) Bandas de energia de um semicondutor. A situação é semelhante à de um isolante (veja a Fig. 41-4), exceto pelo fato de que nos semicondutores o valor de E_g é muito menor; assim, os elétrons, graças à agitação térmica, têm uma probabilidade razoável de passar para a banda superior. (b) A agitação térmica fez alguns elétrons passarem da banda de valência para a banda de condução, deixando um número igual de buracos na banda de valência.

concentrações é da ordem de 10^{13}). No caso do cobre todos os átomos contribuem com um elétron, o elétron de valência, para o processo de condução. Os portadores de carga do silício existem apenas porque, em temperaturas maiores que o zero absoluto, a agitação térmica faz com que alguns elétrons da banda de valência (muito poucos, na verdade) adquiram energia suficiente para passar para a banda de condução, deixando um número igual de estados desocupados, chamados **buracos**, na banda de valência. A Fig. 41-9b ilustra essa situação.

Tanto os elétrons da banda de condução como os buracos da banda de valência se comportam como portadores de carga. Os buracos fazem isso oferecendo uma certa liberdade de movimento aos elétrons da banda de valência que, na ausência de buracos, estariam impedidos de se mover de átomo para átomo. Se um campo elétrico $\vec{E}$ é aplicado a um semicondutor os elétrons da banda da valência, por terem carga negativa, tendem a se mover na direção oposta à de $\vec{E}$, o que faz com que os buracos se desloquem da direção de $\vec{E}$. Assim, os buracos se comportam como partículas em movimento de carga $+e$.

Essa situação é análoga à de uma fila de carros estacionados na qual o primeiro carro da fila está a um carro de distância da esquina. Se o primeiro carro avança até a esquina surge uma vaga na posição em que o carro se encontrava. Se o segundo carro se adianta para ocupar a vaga, surge uma vaga mais atrás, e assim por diante. O movimento de todos os carros em direção à esquina pode ser substituído pelo movimento, no sentido oposto, de um único “buraco” (vaga).

Nos semicondutores a condução por buracos é tão importante quanto a condução por elétrons. No estudo da condução por buracos é conveniente imaginar que todos os estados desocupados da banda de valência estão ocupados por partículas de carga $+e$ e que os elétrons da banda de valência não existem, de modo que os portadores de carga positivos podem se mover livremente na banda.

Resistividade, ρ

Como vimos no Capítulo 26, a resistividade ρ de um material é igual a $m/e^2 n \tau$, onde m é a massa do elétron, e é a carga fundamental, n é o número de portadores por unidade de volume e τ é o tempo médio entre colisões dos portadores de carga. A Tabela 41-1 mostra que, à temperatura ambiente, a resistividade do silício é maior que a do cobre por um fator de aproximadamente 10^{11} . Esta enorme diferença se deve à enorme diferença no número de portadores. A resistividade depende também de outros fatores, mas a influência desses fatores se torna insignificante diante de uma diferença tão grande nos valores de n .

Coeficiente de Temperatura da Resistividade, α

Como vimos no Capítulo 26 (Eq. 26-17), α é a variação relativa da resistividade por unidade de temperatura:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}. \quad (41-10)$$

A resistividade do cobre *aumenta* com a temperatura (isto é, $d\rho/dT > 0$) porque as colisões dos portadores de carga do cobre com os átomos da rede cristalina ocorrem mais frequentemente em temperaturas mais elevadas. Assim, o α do cobre é *positivo*.

A frequência das colisões dos portadores com os íons da rede cristalina também aumenta com a temperatura no caso do silício. Entretanto, a resistividade do silício *diminui* com a temperatura ($d\rho/dT < 0$) porque a concentração n de portadores de carga (elétrons na banda de condução e buracos na banda da valência) aumenta rapidamente com a temperatura. (Um número maior de elétrons passa da banda de condução para a banda de valência.) Assim, o α do silício é *negativo*.

41-7 | Semicondutores Dopados

A versatilidade dos semicondutores pode ser grandemente aumentada se introduzirmos um pequeno número de átomos (chamados impurezas) na rede cristalina; este processo é conhecido como **dopagem**. Tipicamente, em um semicondutor dopado apenas 1 átomo de silício em cada 10^7 é substituído por uma impureza. Quase todos os dispositivos semicondutores modernos utilizam semicondutores dopados. Os semicondutores dopados podem ser de dois tipos: **tipo *n*** e **tipo *p***; vamos discuti-los separadamente.

Semicondutores Tipo *n*

Os elétrons de um átomo isolado de silício estão distribuídos em subcamadas de acordo com o seguinte esquema:

$$1s^2 \ 2s^2 \ 2p^6 \ 3s^2 \ 3p^2,$$

onde, como de costume, o índice superior (cuja soma é igual a 14, o número atômico do silício) representa o número de elétrons em cada subcamada.

A Fig. 41-10a é uma representação bidimensional da rede cristalina do silício puro; compare com a Fig. 41-1b, que mostra a rede tridimensional. Cada átomo de silício contribui com seus dois elétrons $3s$ e seus dois elétrons $3p$ para formar ligações covalentes com os quatro átomos vizinhos. (Ligação covalente é uma ligação química na qual dois átomos compartilham elétrons.) As quatro ligações são mostradas na Fig. 41-1b para os quatro átomos da figura que não estão em um vértice ou em uma face do cubo maior.

Os elétrons que participam das ligações entre os átomos de silício pertencem à banda da valência do material. Quando um elétron é arrancado de uma das ligações covalentes e fica livre para vagar pelo material dizemos que passou da banda de valência para a banda de condução. A energia mínima necessária para que isso aconteça é E_g , a distância entre a extremidade superior da banda de valência e a extremidade inferior da banda de condução.

Como os quatro elétrons da última camada do silício estão envolvidos em ligações com os átomos vizinhos, cada “átomo” de silício da rede cristalina é na verdade um íon formado por uma nuvem eletrônica com a configuração do neônio, contendo 10 elétrons, em volta de um núcleo cuja carga é $+14e$ (14 é o número atômico do silício). Como a carga total (nuvem eletrônica mais núcleo) é $-10e + 14e = +4e$, dizemos que a *valência* do íon é 4.

Na situação da Fig. 41-10b o átomo de silício central foi substituído por um átomo de fósforo (valência = 5). Quatro dos elétrons de valência do fósforo formam ligações covalentes com os quatro átomos vizinhos de silício. O quinto elétron não forma nenhuma ligação e fica fracamente ligado ao núcleo de fósforo. Em um diagrama de níveis de energia este elétron a mais ocupa um nível de energia situado entre a banda de valência e a banda de condução, a uma pequena distância E_d da banda de condução, como mostra a Fig. 41-11a. Como $E_d \ll E_g$, a energia necessária

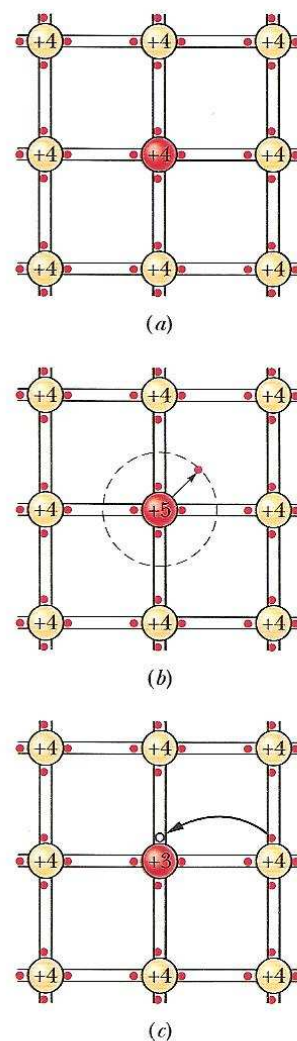
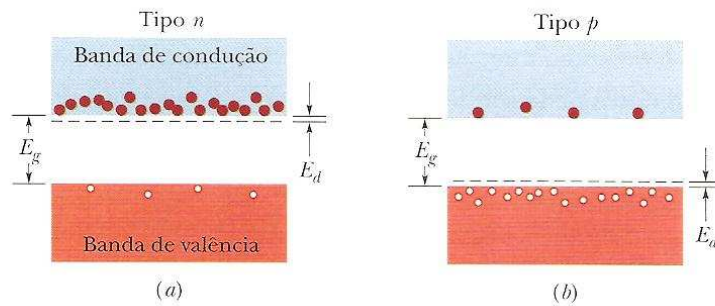


FIG. 41-10 (a) Representação bidimensional da estrutura cristalina do silício puro. Cada átomo de silício está unido a quatro átomos vizinhos por uma ligação covalente que envolve dois elétrons (representados por pontos vermelhos entre as linhas paralelas). Esses elétrons pertencem às ligações, não aos átomos, e ocupam a banda de valência do material. (b) Substituição de um átomo de silício por um átomo de fósforo (valência 5). O elétron “a mais” está fracamente preso ao átomo de fósforo e pode passar facilmente para a banda de condução, onde está livre para vagar pela rede cristalina. (c) Substituição de um átomo de silício por um átomo de alumínio (valência 3). Com a substituição fica faltando um elétron em uma das ligações covalentes, o que equivale a ser criado um buraco na banda de valência. O buraco pode migrar para outra ligação covalente quando a lacuna original é preenchida por um elétron proveniente de uma ligação vizinha. Dessa forma o buraco se desloca no sentido contrário ao do movimento dos elétrons, comportando-se como uma partícula de carga positiva. Na figura o buraco se desloca para a direita.

FIG. 41-11 (a) Em um semicondutor tipo n o nível de energia introduzido por uma impureza doadora está a uma pequena distância E_d da banda de condução. Como os elétrons do átomo doador podem ser facilmente excitados para a banda de condução passam a existir muito mais elétrons nesta banda. O número de buracos na banda de valência se torna ainda menor que no semicondutor puro, já que alguns buracos se recombinaem com elétrons da banda de condução. (b) Em um semicondutor tipo p o nível de energia introduzido por uma impureza aceitadora está a uma pequena distância E_a da banda de valência. Como os elétrons da banda de valência podem ser facilmente excitados para o nível dos aceitadores, passam a existir muito mais buracos nesta banda. O número de elétrons na banda de condução se torna ainda menor que no semicondutor puro, já que alguns elétrons se recombinaem com buracos da banda de valência. As diferenças entre os números de elétrons e buracos nos dois casos são muito maiores que as mostradas na figura.



para transferir elétrons *desse* nível para a banda de condução é muito menor que a necessária para transferir elétrons da banda da valência para a banda de condução.

O átomo de fósforo é chamado de átomo **doador**, já que pode *doar* elétrons para a banda de condução. Na verdade, à temperatura ambiente praticamente *todos* os elétrons a mais dos átomos doadores estão na banda de condução. Acrescentando átomos doadores à rede cristalina do silício é possível aumentar de várias ordens de grandeza o número de elétrons na banda de condução, muito mais do que a Fig. 41-11a sugere.

Os semicondutores dopados com átomos doadores são chamados **semicondutores tipo n** ; o n vem de *negativo*, para indicar que os portadores de carga negativos (elétrons) da banda de condução (elétrons já existentes mais elétrons provenientes dos átomos doadores) são mais numerosos que os buracos da banda de valência. Nos semicondutores tipo n os elétrons são os **portadores em maioria** e os buracos são os **portadores em minoria**.

Semicondutores Tipo p

Considere agora a situação da Fig. 41-10c, na qual um dos átomos de silício (valência = 4) foi substituído por um átomo de alumínio (valência = 3). Como o átomo de alumínio pode formar ligações covalentes com apenas três átomos de silício existe uma lacuna (um buraco) em uma das ligações covalentes alumínio-silício. É necessária apenas uma pequena energia para que um elétron seja deslocado de uma ligação silício-silício vizinha para completar essa lacuna, deixando um buraco na ligação covalente original. Esse buraco, por sua vez, pode ser preenchido por um elétron de outra ligação covalente, e assim por diante. Isso significa que o buraco criado pela presença do átomo de alumínio pode se mover na rede cristalina do silício.

O átomo de alumínio é chamado de átomo **aceitador**, já que pode *aceitar* elétrons de ligações covalentes, ou seja, da banda de valência. Como mostra a Fig. 41-11b, esses elétrons são transferidos para um nível de energia situado entre a banda de valência e a banda de condução, a uma pequena distância E_a da banda de valência. Como $E_a \ll E_g$, a energia necessária para transferir elétrons da banda de valência para esse nível é muito menor que a necessária para transferir elétrons da banda da valência para a banda de condução. Na verdade, à temperatura ambiente praticamente *todos* os níveis aceitadores estão ocupados por elétrons provenientes da banda de valência. Acrescentando átomos aceitadores à rede cristalina do silício é possível aumentar de várias ordens de grandeza o número de elétrons na banda de condução, muito mais do que a Fig. 41-11b sugere.

Os semicondutores dopados com átomos aceitadores são chamados **semicondutores tipo p** ; o p vem de *positivo*, para indicar que os portadores de carga positivos (buracos) da banda de valência (buracos já existentes mais buracos criados pelos átomos aceitadores) são mais numerosos que os elétrons da banda de condução. Nos semicondutores tipo p os buracos são os portadores em maioria e os elétrons são os portadores em minoria.

As propriedades de um semicondutor tipo n típico e de um semicondutor tipo p típico aparecem na Tabela 41-2. Observe particularmente que os íons dos átomos doadores e aceitadores, embora possuam carga elétrica, não são *portadores* de carga porque estão unidos aos átomos vizinhos por ligações covalentes e, portanto, não podem se mover quando o material é submetido a uma diferença de potencial.

TABELA 41-2

Propriedades de Dois Semicondutores Dopados

Propriedade	Tipo de Semicondutor	
	n	p
Material da matriz	Silício	Silício
Carga nuclear da matriz	$+14e$	$+14e$
E_g da matriz	1,2 eV	1,2 eV
Dopante	Fósforo	Alumínio
Tipo de dopante	Doador	Aceitador
Portadores em maioria	Elétrons	Buracos
Portadores em minoria	Buracos	Elétrons
ΔE do dopante	$E_d = 0,045$ eV	$E_a = 0,067$ eV
Valência do dopante	5	3
Carga nuclear do dopante	$+15e$	$+13e$
Carga do íon do dopante	$+e$	$-e$

Exemplo 41-6

A concentração n_0 de elétrons de condução no silício puro à temperatura ambiente é aproximadamente 10^{16} m^{-3} . Suponha que ao doparmos o silício com fósforo estejamos interessados em multiplicar esse número por um milhão (10^6). Que fração dos átomos de silício devemos substituir por átomos de fósforo? (Lembre-se de que à temperatura ambiente a agitação térmica é suficiente para transferir todos os elétrons a mais dos átomos doadores para a banda de condução.)

Número de átomos de fósforo: Como cada átomo de fósforo contribui com um elétron para a banda de condução e como queremos que a concentração de elétrons de condução seja $10^6 n_0$, a concentração de átomos de fósforo n_p deve ser tal que

$$10^6 n_0 = n_0 + n_p.$$

$$\text{e portanto } n_p = 10^6 n_0 - n_0 \approx 10^6 n_0 \\ = (10^6)(10^{16} \text{ m}^{-3}) = 10^{22} \text{ m}^{-3}.$$

Isso significa que devemos dopar o material com 10^{22} átomos de fósforo por metro cúbico de silício.

Concentração de átomos de silício: Podemos determinar a concentração de átomos de silício n_{Si} no silício puro (antes da dopagem) usando a Eq. 41-4, que pode ser escrita na forma

$$\left(\begin{array}{c} \text{número de átomos} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) = \frac{(\text{massa específica do silício})(\text{volume da amostra}, V)}{(\text{massa molar do silício}, M_{\text{Si}})/N_A}.$$

Dividindo ambos os membros pelo volume V da amostra e lembrando que o número de átomos de silício da amostra

dividido pelo volume V é igual à concentração de átomos de silício n_{Si} , temos:

$$n_{\text{Si}} = \frac{(\text{massa específica do silício})N_A}{M_{\text{Si}}}.$$

De acordo com o Apêndice F, a massa específica do silício é $2,33 \text{ g/cm}^3 (= 2330 \text{ kg/m}^3)$ e a massa molar do silício é $28,1 \text{ g/mol} (= 0,0281 \text{ kg/mol})$. Assim, temos:

$$n_{\text{Si}} = \frac{(2330 \text{ kg/m}^3)(6,02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol})}{0,0281 \text{ kg/mol}} \\ = 5 \times 10^{28} \text{ átomos/m}^3 = 5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}.$$

A fração que procuramos é aproximadamente

$$\frac{n_p}{n_{\text{Si}}} = \frac{10^{22} \text{ m}^{-3}}{5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}} = \frac{1}{5 \times 10^6}. \quad (\text{Resposta})$$

Assim, se substituirmos apenas *um átomo de silício em cada cinco milhões* por um átomo de fósforo o número de elétrons na banda de condução será multiplicado por um milhão.

Como é possível que a adição ao silício de uma quantidade tão pequena de fósforo tenha um efeito tão grande sobre o número de portadores? A resposta é que embora o efeito seja importante em termos de aplicações práticas, não pode ser chamado de “grande”. A concentração de elétrons de condução era 10^{16} m^{-3} antes da dopagem e se tornou 10^{22} m^{-3} após a dopagem. No caso do cobre a concentração de elétrons na banda de condução (dada na Tabela 41-1) é aproximadamente 10^{29} m^{-3} . Assim, mesmo depois da dopagem a concentração de elétrons na banda de condução do silício é cerca de 10^7 vezes menor que em um metal como o cobre.

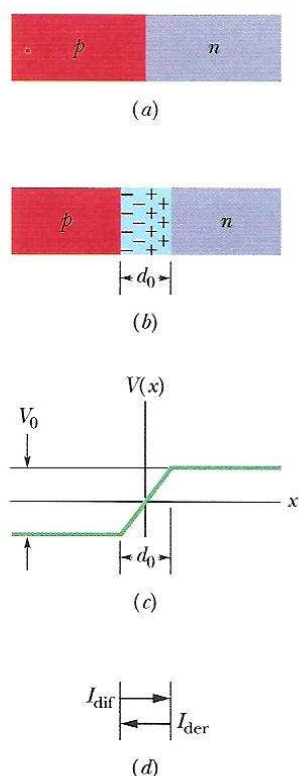


FIG. 41-12 (a) Junção p - n . (b) A difusão dos portadores de carga em maioria dá origem a uma carga espacial associada aos íons não-compensados de doadores (à direita do plano da junção) e aceitadores (à esquerda do plano da junção). (c) A carga espacial produz uma diferença de potencial de contato V_0 entre as extremidades da região de carga espacial, cuja largura é d_0 . (d) A difusão de portadores em maioria equivale a uma corrente de difusão I_{dif} , e a diferença de potencial de contato dá origem a uma corrente de deriva I_{der} . Em uma junção p - n não-polarizada as duas correntes se cancelam, e a corrente total é zero. (Em uma junção p - n real os limites da zona de depleção não são tão bem definidos como na figura, e a curva de potencial de contato (c) é mais suave, sem mudanças abruptas.)

41-8 A Junção p - n

A **junção p - n** (Fig. 41-12a) é um cristal semiconductor que foi dopado em uma região com uma impureza doadora e em uma região vizinha com uma impureza aceitadora. Esse tipo de junção está presente em praticamente todos os dispositivos semicondutores.

Suponhamos, para facilitar a explicação (embora na prática as junções sejam fabricadas de outra forma), que uma junção desse tipo tenha sido formada mecanicamente, colocando um bloco de semiconductor tipo n em contato com um bloco de semiconductor tipo p . Nesse caso a transição de uma região para a outra é abrupta e ocorre em um único plano, que pode ser chamado de **plano da junção**.

Vamos discutir o movimento dos elétrons e buracos logo depois que os blocos tipo n e tipo p , ambos eletricamente neutros, são colocados em contato para formar a junção. Examinaremos primeiro o que acontece com os portadores em maioria, que são os elétrons do bloco tipo n e os buracos do bloco tipo p .

Movimento dos Portadores em Maioria

Quando um balão de hélio estoura os átomos de hélio se difundem (se espalham) no ar. Isso acontece porque existem muito poucos átomos de hélio na atmosfera. Em linguagem mais formal, existe um *gradiente de concentração* de hélio na interface balão-ar (a concentração de hélio é diferente dos dois lados da interface); o movimento dos átomos de hélio é no sentido de reduzir o gradiente.

Da mesma forma, os elétrons do lado n da Fig. 41-12a que estão próximos da junção tendem a se difundir para o outro lado (da direita para a esquerda, na figura) e passar para o lado p , onde existem muito poucos elétrons livres. Ao mesmo tempo, os buracos do lado p que estão próximos da junção tendem a atravessá-la (da esquerda para a direita) e passar para o lado n , onde existem muito poucos buracos. O movimento combinado dos elétrons e buracos constitui uma **corrente de difusão** I_{dif} , cujo sentido convencional é da esquerda para a direita, como mostra a Fig. 41-12d.

Acontece que o lado n contém os íons positivos das impurezas doadoras, firmemente presos à rede cristalina. Normalmente a carga positiva desses íons é compensada pela carga negativa dos elétrons da banda de condução. Quando um elétron do lado n passa para o outro lado da junção, porém, um dos íons doadores fica “descoberto”, o que introduz uma carga positiva fixa no lado n , perto do plano da junção. Quando o elétron chega ao lado p da junção logo se combina com uma impureza aceitadora (que possui um elétron a menos), introduzindo uma carga negativa fixa no lado p , perto do plano da junção.

Dessa forma a difusão de elétrons do lado n para o lado p da junção (da direita para a esquerda na Fig. 41-12a) resulta na formação de uma **carga espacial** dos dois lados do plano da junção, como mostra a Fig. 41-12b. A difusão de buracos do lado p para o lado n da junção (da esquerda para a direita na Fig. 41-11a) tem exatamente o mesmo efeito. (Não prossiga enquanto não se convencer de que isso é verdade.) Os movimentos dos dois portadores em maioria, elétrons e buracos, contribuem para a formação de duas regiões de carga espacial, uma positiva e a outra negativa. As duas regiões formam uma **zona de depleção**, assim chamada porque quase não contém cargas *móveis*; a largura da zona está indicada como d_0 na Fig. 41-12b.

A formação da carga espacial dá origem a uma **diferença de potencial de contato** V_0 entre as extremidades da zona de depleção, como mostra a Fig. 41-12c. Essa diferença de potencial impede que os elétrons e buracos continuem a atravessar o plano da junção. Como as cargas negativas tendem a evitar as regiões em que o potencial é pequeno, um elétron que se aproxima do plano da junção vindo da direita na Fig. 41-12b encontra uma região na qual o potencial está diminuindo e é repellido de volta para o lado n . Da mesma forma, um buraco que se aproxima do plano da junção vindo da esquerda encontra uma região na qual o potencial está aumentando e é repellido de volta para o lado p .

Movimento dos Portadores em Minoria

Como mostra a Fig. 41-11a, embora os portadores em maioria em um semiconductor tipo n sejam elétrons existem também alguns buracos. Da mesma forma, em um semiconductor tipo p (Fig. 41-11b), embora os portadores em maioria sejam buracos, existem também alguns elétrons. Esses poucos elétrons e buracos são chamados de portadores em minoria.

A diferença de potencial V_0 da Fig. 41-12c funciona como uma barreira para os portadores em maioria, mas facilita o movimento dos portadores em minoria sejam eles elétrons do lado p ou buracos do lado n . Cargas positivas (buracos) tendem a procurar regiões de baixo potencial; cargas negativas (elétrons) tendem a procurar regiões de alto potencial. Assim, quando pares elétron-buraco são formados por agitação térmica na zona de depleção os dois tipos de portadores são *transportados para o outro lado da junção* pela diferença de potencial de contato, e o movimento combinado dos elétrons e buracos constitui uma **corrente de deriva** I_{der} que atravessa a junção da direita para a esquerda, como mostra a Fig. 41-12d.

Assim, em uma junção p - n em equilíbrio existe uma diferença de potencial V_0 entre o lado p e o lado n . A diferença de potencial tem um valor tal que a corrente de difusão I_{dif} devida aos gradientes de concentração de elétrons e buracos é exatamente equilibrada por uma corrente de deriva I_{der} no sentido contrário. É natural que as duas correntes se cancelem; se uma fosse maior que a outra haveria uma transferência ilimitada de cargas de um lado para o outro da junção, o que não seria razoável.



TESTE 2 Quais das cinco correntes seguintes através do plano da junção da Fig. 41-12a são nulas?

- A corrente total de buracos, incluindo os portadores em maioria e os portadores em minoria
- A corrente total de elétrons, incluindo os portadores em maioria e os portadores em minoria
- A corrente total de elétrons e buracos, incluindo os portadores em maioria e os portadores em minoria
- A corrente total de portadores em maioria, incluindo elétrons e buracos
- A corrente total de portadores em minoria, incluindo elétrons e buracos

41-9 O Diodo Retificador

A Fig. 41-13 mostra a corrente em uma junção p - n em função da tensão aplicada. Se a tensão é aplicada com uma certa polaridade (rotulada na figura como “Polarização direta”) uma corrente considerável atravessa a junção; se a tensão é aplicada com a polaridade oposta a corrente que atravessa a junção é praticamente nula.

Um dispositivo semiconductor que faz uso dessa propriedade é o **diodo retificador**, cujo símbolo aparece na Fig. 41-14b; a seta aponta para o lado p do dispositivo e indica o sentido convencional da corrente quando a polarização é direta. Uma tensão senoidal aplicada ao dispositivo (Fig. 41-14a) é transformada em uma tensão retificada (Fig. 41-14c), já que o diodo retificador se comporta como uma chave fechada (resistência zero) para uma polaridade da tensão de entrada e como uma chave aberta (resistência infinita) para a outra polaridade.

O valor médio da tensão de entrada (Fig. 41-14a) do circuito da Fig. 41-14b é zero, mas o valor médio da tensão de saída (Fig. 41-14c) é diferente de zero. Assim, o diodo retificador pode ser usado para transformar uma tensão alternada em tensão contínua, uma aplicação muito importante, já que a tensão da rede elétrica é alternada e a grande maioria dos aparelhos eletrônicos funciona com tensão contínua.

A Fig. 41-15 mostra por que uma junção p - n se comporta como um diodo retificador. Na Fig. 41-15a uma bateria foi ligada à junção com o terminal positivo da bateria no lado p . Nessa configuração, que recebe o nome de **polarização direta**, o lado

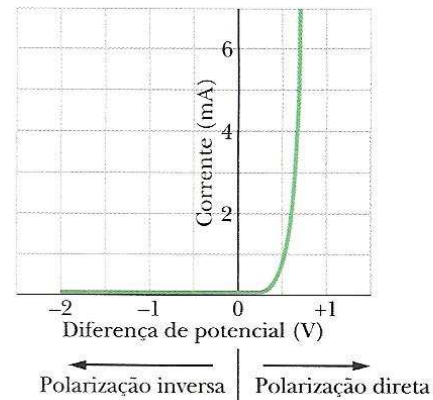


FIG. 41-13 Curva característica corrente-tensão de uma junção p - n , mostrando que a junção tem uma alta condutividade quando é polarizada diretamente e praticamente não conduz quando é polarizada inversamente.

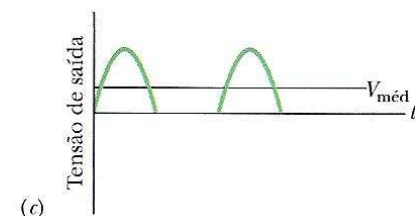
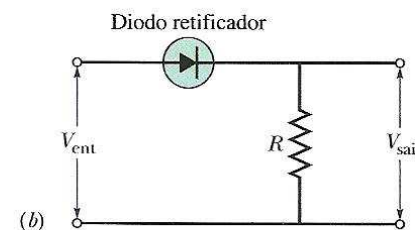
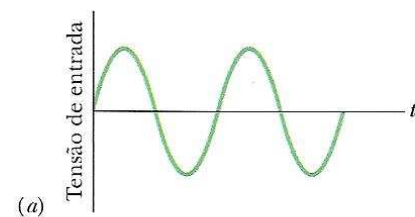
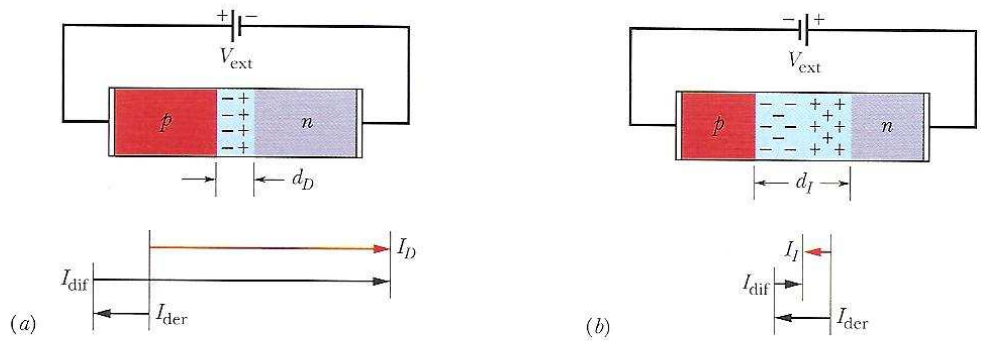


FIG. 41-14 Uso de uma junção p - n como diodo retificador. O circuito (b) deixa passar a parte positiva da forma de onda (a) e bloqueia a parte negativa. O valor médio da tensão de entrada é zero, mas a forma de onda da tensão de saída (c) tem um valor médio positivo $V_{\text{méd}}$.

FIG. 41-15 (a) Em uma junção p - n com polarização direta a zona de depleção é estreita e a corrente é elevada. (b) Em uma junção p - n com polarização inversa a zona de depleção é larga e a corrente é pequena.



p se torna mais positivo e o lado n se torna mais negativo, o que *diminui* a barreira de potencial V_0 da Fig. 41-12c. Assim, um número maior de portadores em maioria consegue atravessar a barreira. Isso equivale a dizer que a corrente de difusão I_{dif} se torna maior que a corrente de deriva I_{der} . O equilíbrio entre as duas correntes que existia na junção não-polarizada é, portanto, rompido e, como mostra a Fig. 41-15a, uma corrente elevada I_D percorre o circuito.

Outro efeito da polarização direta é tornar mais estreita a zona de depleção, como mostra uma comparação das Figs. 41-12b e 41-15a. Isso acontece porque para que haja uma redução da barreira de potencial é preciso que haja uma redução da carga espacial. Como os íons que produzem a carga espacial não podem se mover, a carga espacial só pode diminuir se a largura da zona de depleção diminuir.

Como a zona de depleção normalmente contém um número muito pequeno de portadores é uma região de alta resistividade. Quando, porém, a largura dessa zona é reduzida pela aplicação de uma polarização direta a resistência da região diminui, o que é coerente com o fato de que uma alta corrente atravessa a junção.

A Fig. 41-15b mostra a configuração conhecida como **polarização inversa**, na qual o terminal negativo da bateria é ligado ao lado p da junção p - n , aumentando a barreira de potencial. Isso faz com que a corrente de difusão *diminua* e a corrente de deriva aumente ligeiramente (a corrente de deriva adicional produzida pelo aumento da barreira de potencial não pode ser muito grande, porque é constituída pelos portadores em minoria, que são escassos); o resultado é uma pequena corrente inversa I_I . A zona de depleção se torna mais *larga*, e sua alta resistividade é coerente com o fato de que uma *pequena* corrente atravessa a junção.

41-10 O Diodo Emissor de Luz (LED*)

Hoje em dia os mostradores digitais estão em toda parte, dos relógios de cabeceira aos fornos de microondas, e seria difícil passar sem os raios invisíveis de luz infravermelha que vigiam as portas dos elevadores para que ninguém se machuque e fazem funcionar o controle remoto dos receptores de televisão. Em quase todos esses casos a luz é emitida por uma junção p - n funcionando como um **diodo emissor de luz** (LED). Como uma junção p - n pode produzir luz?

Considere primeiro um semiconductor simples. Quando um elétron da extremidade inferior da banda de condução preenche um buraco na extremidade superior da banda de valência (um fenômeno conhecido como **recombinação**) uma energia E_g igual à diferença entre os dois níveis é liberada. No silício, no germânio e em muitos outros semicondutores essa energia se manifesta na forma de vibrações da rede cristalina. Em alguns semicondutores, porém, como o arsenieto de gálio, a energia pode ser emitida como um fóton de energia hf , cujo comprimento de onda é dado por

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{E_g/h} = \frac{hc}{E_g}. \quad (41-11)$$

* Do inglês *Light-Emitting Diode*. (N.T.)

Para que um semicondutor emita uma quantidade razoável de luz é preciso que haja um grande número de recombinações. Isso *não* acontece em um semicondutor puro porque à temperatura ambiente o número de pares elétron-buraco é relativamente pequeno. Como mostra a Fig. 41-11, dopar o semicondutor não resolve o problema. Um semicondutor tipo *n* contém um grande número de elétrons, mas não existem buracos suficientes para se recombinar com todos esses elétrons; um semicondutor tipo *p* contém um grande número de buracos, mas não existem elétrons suficientes para se recombinar com todos esses buracos. Assim, nem um semicondutor puro nem um semicondutor dopado gera luz suficiente para ser usado em aplicações práticas.

O que precisamos é de um semicondutor no qual elétrons e buracos estejam presentes em grandes números na mesma região. Podemos obter um dispositivo com essa propriedade polarizando diretamente uma junção *p-n* fortemente dopada, como na Fig. 41-16. Nesse caso a corrente I que atravessa a junção serve para injetar elétrons no lado *n* e buracos no lado *p*. Quando a dopagem é suficientemente alta e a corrente é suficientemente intensa a zona de depleção pode se tornar muito estreita, com apenas alguns micrômetros da largura. Isso faz com que uma grande concentração de elétrons no lado *n* fique nas proximidades de uma grande concentração de buracos do lado *p*, com as duas regiões separadas apenas por uma estreita zona de depleção. A consequência é uma grande quantidade de recombinações, que resulta em uma alta intensidade luminosa. A Fig. 41-17 mostra a estrutura interna de um LED comercial.

Os LEDs comerciais projetados para emitir luz visível são em geral feitos de arsenieto de gálio (lado *n*) e arsenieto fosfato de gálio (lado *p*). Um arranjo no qual do lado *p* existem 60 átomos de arsênio e 40 átomos de fósforo para cada 100 átomos de gálio resultando em uma energia E_g de 1,8 eV, que corresponde à luz vermelha. Usando diferentes proporções de arsênio e fósforo e outros elementos, como o alumínio, é possível fabricar LEDs que emitem luz de praticamente qualquer cor, incluindo o infravermelho.

O Fotodiodo

Da mesma forma como a passagem de corrente em uma junção *p-n* pode produzir luz, a incidência de luz em uma junção *p-n* pode dar origem a uma corrente elétrica; esta é a base de funcionamento de um dispositivo conhecido como **fotodiodo**.

Quando o leitor aperta um botão do controle remoto da televisão um LED emite uma sequência de pulsos de luz infravermelha. Os pulsos são recebidos no aparelho de televisão por uma versão avançada de fotodiodo que não só detecta os pulsos de infravermelho mas também amplifica esses pulsos e os transforma em sinais elétricos, que são usados, entre outras coisas, para mudar o canal e ajustar o volume.

O Laser Semicondutor

No arranjo da Fig. 41-16 existem muitos elétrons na banda de condução do lado *n* da junção e muitos buracos na banda de valência do lado *p*. Isso corresponde a uma **inversão de população**, já que o número de elétrons em um nível mais alto de energia (a banda de condução) é maior que em um nível mais baixo (a banda da valência). Como vimos na Seção 40-12, esta é uma condição normalmente necessária (mas não suficiente) para que um dispositivo funcione como um *laser*.

Quando um elétron sofre uma transição da banda de condução para a banda de valência pode emitir um fóton. Esse fóton pode estimular um segundo elétron a passar para a banda da valência, produzindo um segundo fóton por emissão estimulada. Dessa forma, se a corrente na junção for suficientemente elevada uma reação em cadeia de eventos de emissão estimulada poderá fazer com que a junção *p-n* se comporte como um *laser*. Para isso é preciso que as faces opostas do cristal semicondutor sejam planas e paralelas, fazendo com que a luz seja refletida repetidas vezes

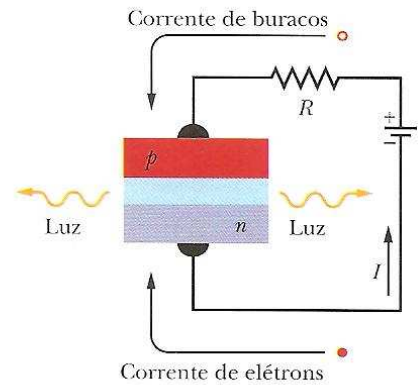


FIG. 41-16 Junção *p-n* polarizada diretamente mostrando elétrons sendo injetados no lado *n* e buracos sendo injetados no lado *p*. (Os buracos se movem no sentido convencional da corrente I ; os elétrons se movem no sentido oposto.) A luz é emitida da zona de depleção toda vez que um elétron se combina como um buraco.

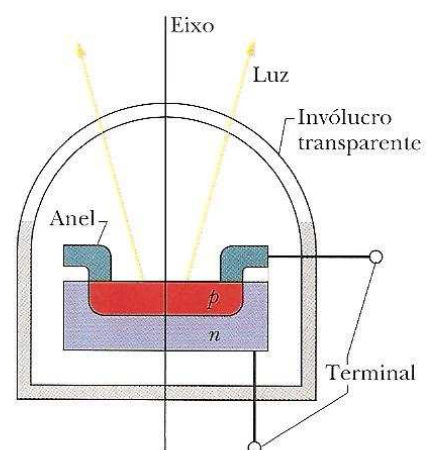


FIG. 41-17 Corte de um LED (o dispositivo é simétrico em relação ao eixo central). O lado tipo *p*, que é suficientemente fino para deixar passar a luz, tem a forma de um disco. A ligação elétrica com o lado *p* é feita através de um anel de metal. A zona de depleção entre o lado *n* e o lado *p* não é mostrada na figura.

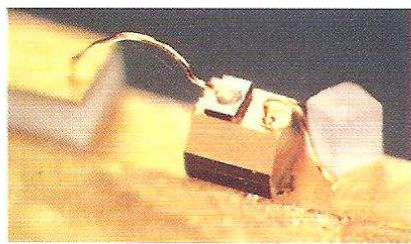


FIG. 41-18 Laser semiconductor fabricado nos AT&T Bell Laboratories. O cubo à direita é um grão de sal. (Cortesia de AT&T Archives and History Center, Warren, NJ)

no interior do cristal. (No *laser* de hélio-neônio da Fig. 40-21 um par de espelhos é usado para esse fim.) Assim, a junção *p-n* pode funcionar como um **laser semiconductor**, emitindo uma luz coerente e com uma faixa de comprimentos de onda bem mais estreita que um LED.

Os aparelhos de CD e DVD dispõem de um *laser* semiconductor cuja luz, após ser refletida em minúsculas reentrâncias do disco, é detectada e convertida em sinais de áudio e vídeo, respectivamente. Os *lasers* semicondutores também são muito usados em sistemas de comunicações baseados em fibras óticas. A Fig. 41-18 dá uma idéia do pequeno tamanho desses dispositivos. Em geral são projetados para operar na região do infravermelho, já que as fibras óticas possuem duas “janelas” nessa região (em $\lambda = 1,31$ e $1,55 \mu\text{m}$), nas quais a absorção de energia por unidade de comprimento da fibra é mínima.

Exemplo 41-7

Um LED é construído a partir de um material semiconductor (Ga-As-P) no qual a distância entre a extremidade inferior da banda de condução e a extremidade superior da banda da valência é 1,9 eV. Qual é o comprimento de onda da luz emitida?

Cálculo: Como a luz é produzida por transições da banda de condução para a banda de valência, o comprimento de

onda é dado pela Eq. 41-11. De acordo com essa equação, temos:

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1,9 \text{ eV})(1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m} = 650 \text{ nm.} \quad (\text{Resposta})$$

Este comprimento de onda corresponde à luz vermelha.

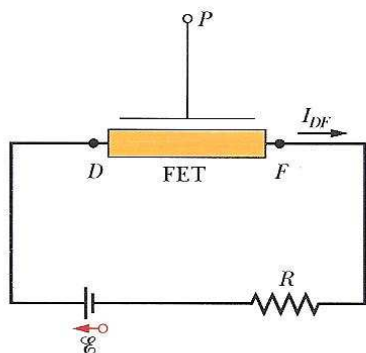


FIG. 41-19 Circuito com um transistor de efeito de campo. Os elétrons atravessam o transistor da fonte *F* para o dreno *D*. (A corrente convencional I_{DF} tem o sentido oposto.) A intensidade da corrente I_{DF} é controlada pelo campo elétrico produzido por uma tensão aplicada à porta *P*.

41-11 O Transistor

O **transistor** é um dispositivo semiconductor de três terminais que pode ser usado para amplificar sinais. A Fig. 41-19 mostra um circuito com um tipo de transistor, conhecido como transistor de efeito de campo (FET*) no qual uma tensão aplicada ao terminal *P* (a *porta*) é usada para controlar a corrente de elétrons que atravessa o dispositivo do terminal *F* (a *fonte*) para o terminal *D* (o *dreno*). Existem muitos tipos de transistores; vamos discutir apenas um tipo especial de FET conhecido como transistor de efeito de campo metal-óxido-semiconductor, ou MOSFET**. O MOSFET é considerado por muitos o componente mais importante da indústria eletrônica moderna.

Em muitas aplicações o MOSFET opera em apenas dois estados: com a corrente dreno-fonte I_{DF} diferente de zero (porta aberta) e com a corrente I_{DF} igual a zero (porta fechada). Como o primeiro estado pode representar 1 e o segundo 0 na aritmética binária em que se baseia a lógica digital, o MOSFET pode ser usado em circuitos lógicos digitais. A comutação entre os estados ON e OFF de um MOSFET é muito rápida. MOSFETs com 500 nm de comprimento (o que equivale aproximadamente ao comprimento de onda da luz amarela) são usados rotineiramente na indústria eletrônica.

A Fig. 41-20 mostra a estrutura básica de um MOSFET. Um monocristal de silício ou outro semiconductor é fracamente dopado com átomos aceitadores, tornando-se um material tipo *p*. Nesse substrato são criadas, através de uma forte dopagem com átomos doadores, duas “ilhas” de material tipo *n*, que constituem a fonte e o dreno. A fonte e o dreno são ligados por uma camada estreita de material tipo *n*, conhecida como **canal *n***. Uma fina camada isolante de óxido de silício (daí o “O” de MOSFET) é depositada sobre o canal, e uma camada metálica (daí o “M”) é

* Do inglês *Field-Effect Transistor*. (N.T.)

** Do inglês *Metal-Oxide-Semiconductor-Field-Effect Transistor*. (N.T.)

depositada sobre o óxido para fazer o papel de porta. Camadas metálicas também são depositadas sobre a fonte e o dreno. Observe que não há nenhum contato elétrico entre a porta e o transistor, por causa da camada de óxido.

Suponha primeiro que a fonte e o substrato tipo p estão ligados à terra (potencial zero) e a porta está “no ar”, ou seja, não está ligada a uma fonte externa. Suponha também que uma fonte de tensão V_{DF} está ligada entre o dreno e a fonte, com o terminal positivo do lado do dreno. Nesse caso os elétrons se movem ao longo do canal n da fonte para o dreno, e a corrente convencional I_{DF} , como mostra a Fig. 41-20, é do dreno para a fonte.

Suponha agora que uma fonte de tensão V_{PF} é ligada entre a porta e a fonte, com o terminal negativo do lado da porta. A porta negativa cria um campo elétrico no interior do dispositivo (daí o nome “efeito de campo”) que repele os elétrons do canal n para o substrato. Esse movimento dos elétrons aumenta a zona de depleção entre o canal n e o substrato, diminuindo a largura do canal n . A redução da largura do canal, combinada com uma redução do número de portadores de carga no canal, faz com que a resistência do canal aumente, o que acarreta uma redução da corrente I_{DF} . Para valores suficientemente elevados de V_{PF} , a corrente pode ser totalmente interrompida. Assim, a tensão da porta pode ser usada para comutar o MOSFET entre os estados ON e OFF.

Os elétrons não podem passar da fonte para o dreno através do substrato porque ele está separado do canal n e das duas ilhas tipo n por uma região de depleção semelhante à da Fig. 41-12b, que sempre se forma nas junções entre semicondutores tipo n e tipo p .

Os computadores e outros eletrodomésticos utilizam uma grande quantidade de dispositivos eletrônicos, como transistores, diodos retificadores, capacitores e resistores. Esses dispositivos não são montados um a um, mas incorporados a **chips**, feitos de material semicondutor, que contêm **circuitos integrados** com milhões de componentes (Fig. 41-21).

Amplificadores de Guitarras

As oscilações mecânicas que um músico produz nas cordas de uma guitarra elétrica induzem oscilações elétricas em bobinas de captação situadas nas proximidades das cordas. Essas oscilações elétricas são amplificadas e usadas para alimentar alto-falantes, que as transformam em ondas sonoras. Quando as guitarras elétricas começaram a ser usadas pelas bandas de rock, no início da década de 1960, os amplificadores usavam válvulas, já que os amplificadores transistorizados ainda não eram fabricados em escala comercial. Quando o rock se tornou mais agressivo os guitarristas passaram a colocar os amplificadores no volume máximo. Nessas condições os amplificadores a válvula introduzem uma distorção considerável na música, que logo passou a ser associada ao som do rock.

Os amplificadores transistorizados não produzem o mesmo tipo de distorção quando funcionam com o volume máximo; nas palavras dos músicos, produzem um som “limpo demais”. É por isso que até hoje são desprezados pelos guitarristas de rock. Jimi Hendrix, que foi a primeira pessoa a considerar a guitarra elétrica e seu amplificador como um novo instrumento musical, uma vez comentou: “Eu realmente gosto dos meus velhos amplificadores Marshall a válvula, porque quando... o volume está no máximo não há nada que possa superá-los...”

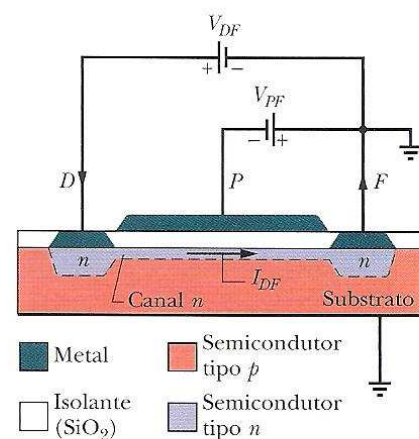


FIG. 41-20 Um tipo de transistor de efeito de campo conhecido como MOSFET. A intensidade da corrente I_{DF} que atravessa o canal é controlada pela diferença de potencial V_{PF} aplicada entre a fonte F e a porta P . A zona de depleção que existe entre as regiões tipo n e o substrato tipo p não é mostrada na figura.

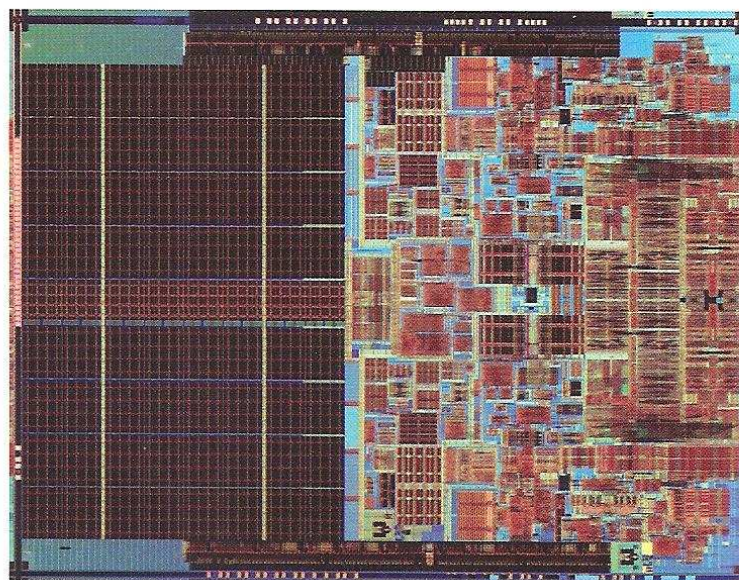


FIG. 41-21 Circuito integrado do microprocessador Intel® Core™ 2 Duo para notebooks. (Cortesia da Intel)

REVISÃO E RESUMO

Metais, Semicondutores e Isolantes Três propriedades elétricas que podem ser usadas para classificar os sólidos cristalinos são a **resistividade** ρ , o **coeficiente de temperatura da resistividade** α e a **concentração de portadores de carga** n . Os sólidos podem ser divididos em três categorias: **isolantes** (ρ muito elevado), **metais** (ρ pequeno, α pequeno e positivo e n grande) e **semicondutores** (ρ elevado, α grande e negativo e n pequeno).

Níveis de Energia em um Sólido Cristalino Um átomo isolado pode ter apenas certas energias. Quando os átomos se unem para formar um sólido os níveis de energia dos átomos se unem para formar **bandas de energia**. As bandas de energia são separadas por **bandas proibidas**, isto é, intervalos com energias que nenhum elétron pode possuir.

As bandas de energia são formadas por um grande número de níveis de energia muito próximos uns dos outros. De acordo com o princípio de exclusão de Pauli, cada um desses níveis pode ser ocupado apenas por um elétron.

Isolantes Nos isolantes a banda de maior energia que contém elétrons está totalmente ocupada e está separada da banda seguinte por uma distância tão grande que a agitação térmica não é suficiente para transferir um número significativo de elétrons para a outra banda.

Metais Nos metais a banda de maior energia que contém elétrons está apenas parcialmente ocupada. A energia do nível mais alto ocupado a 0 K recebe o nome de **energia de Fermi** e é representada pelo símbolo E_F . No caso do cobre, $E_F = 7,0$ eV.

Os elétrons da banda parcialmente ocupada são chamados de **elétrons de condução**, e seu número é dado por

$$\left(\begin{array}{c} \text{número de elétrons de} \\ \text{condução da amostra} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{número de átomos} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{número de elétrons} \\ \text{de valência por átomo} \end{array} \right). \quad (41-2)$$

O número de átomos em uma amostra é dado por

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{número de átomos} \\ \text{da amostra} \end{array} \right) &= \frac{\text{massa da amostra, } M_{\text{am}}}{\text{massa atômica}} \\ &= \frac{\text{massa da amostra, } M_{\text{am}}}{\text{massa molar, } M/N_A} \\ &= \frac{\left(\begin{array}{c} \text{massa específica} \\ \text{do material} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{volume da} \\ \text{amostra, } V \end{array} \right)}{(\text{massa molar, } M)/N_A}. \end{aligned} \quad (41-4)$$

A concentração n de elétrons de condução é definida através da seguinte equação:

$$n = \frac{\text{número de elétrons de condução da amostra}}{\text{volume da amostra, } V}. \quad (41-3)$$

A **densidade de estados** $N(E)$ é o número de níveis de energia disponíveis por unidade de volume e por intervalo de energia, e é dada por

$$N(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \quad (\text{densidade de estados, m}^{-3} \text{ J}^{-1}), \quad (41-5)$$

onde m ($= 9,109 \times 10^{-31}$ kg) é a massa do elétron, h ($= 6,626 \times$

10^{-34} J · s) é a constante de Planck e E é a energia em joules para a qual o valor de $N(E)$ é calculado. Se o valor de E está em eV e o valor de $N(E)$ em $\text{m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}$ o lado direito da Eq. (41-5) deve ser multiplicado por $e^{3/2}$ (onde $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C).

A **probabilidade de ocupação** $P(E)$ (probabilidade de que um dado nível de energia seja ocupado por um elétron) é dada por

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (\text{probabilidade de ocupação}). \quad (41-6)$$

A **densidade de estados ocupados** $N_o(E)$ é igual ao produto da densidade de estados (Eq. 41-5) pela probabilidade de ocupação (Eq. 41-6):

$$N_o(E) = N(E) P(E) \quad (\text{densidade de estados ocupados}). \quad (41-7)$$

A energia de Fermi de um metal pode ser calculada integrando $N_o(E)$ para $T = 0$ de $E = 0$ a $E = E_F$. O resultado é o seguinte:

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0,121 h^2}{m} n^{2/3}. \quad (41-9)$$

Semicondutores A estrutura de bandas dos semicondutores é igual à dos isolantes, exceto pelo fato de que a largura E_g da banda proibida é muito menor nos semicondutores. No silício (um semicondutor) à temperatura ambiente a agitação térmica faz com que alguns elétrons sejam transferidos para a **banda de condução**, deixando um número igual de **buracos na banda de valência**. Tanto os elétrons como os buracos se comportam como portadores de carga.

O número de elétrons na banda de condução do silício pode ser aumentado consideravelmente dopando o material com uma pequena concentração de fósforo ou outro átomo doador para produzir um **semicondutor tipo n**. O número de buracos na banda de valência do silício pode ser aumentado consideravelmente dopando o material com uma pequena concentração de alumínio ou outro átomo aceitador para produzir um **semicondutor tipo p**.

A Junção p-n Uma **junção p-n** é um cristal semicondutor com um lado dopado com átomos aceitadores para formar um material tipo p e outro lado dopado com átomos doadores para formar um material tipo n . O plano em que ocorre a transição de um material para o outro é chamado de **plano da junção**.

Em uma junção $p-n$ em equilíbrio térmico surge naturalmente uma **zona de depleção**, constituída por átomos doadores e aceitadores ionizados, nas proximidades do plano da junção.

A formação da zona de depleção dá origem a uma **diferença de potencial de contato** V_0 entre os lados da junção, que impede que um grande número de portadores em maioria (elétrons do lado n e buracos do lado p) passe para o outro lado da junção.

Essa diferença de potencial produz uma **corrente de deriva** I_{der} que equilibra exatamente a **corrente de difusão** I_{dif} causada pelos gradientes de concentração.

Aplicações da Junção p-n Quando uma diferença de potencial é aplicada a uma junção $p-n$ o dispositivo conduz mais corrente para uma polaridade da diferença de potencial aplicada que para a outra; isso significa que a junção $p-n$ pode ser usada como um **diodo retificador**.

Quando uma junção $p-n$ é polarizada diretamente pode

emitir luz; este é o princípio de funcionamento do **diodo emissor de luz** (LED). O comprimento de onda da luz emitida é dado por

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{E_g} \quad (41-11)$$

Uma junção *p-n* polarizada diretamente e com faces opostas paralelas pode funcionar como um **laser semiconductor**, emitindo luz coerente e com uma faixa de comprimentos de onda bem mais estreita que um LED.

PERGUNTAS

1 A probabilidade de ocupação para uma certa energia E_1 da banda de valência de um metal é 0,60 quando a temperatura é 300 K. A energia E_1 é maior ou menor que a energia de Fermi?

2 A Fig. 41-22 mostra três níveis de uma banda e também o nível de Fermi do material. Coloque os três níveis na ordem da probabilidade de ocupação, começando pela maior, para uma temperatura (a) de 0 K e (b) de 1000 K. (c) Para a segunda temperatura, coloque os níveis na ordem da densidade de estados $N(E)$, começando pela maior.

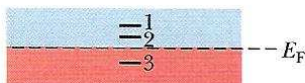


FIG. 41-22 Pergunta 2.

3 Se a temperatura de um pedaço de metal aumenta, a probabilidade de ocupação 0,1 eV acima do nível de Fermi aumenta, diminui ou permanece a mesma?

4 A Fig. 41-1a mostra os 14 átomos que formam a célula unitária do cobre. Entretanto, como cada átomo é compartilhado por uma ou mais células unitárias vizinhas apenas uma fração de cada átomo pertence à célula unitária da figura. Qual é o número de átomos por célula unitária no caso do cobre? (*Sugestão*: Some as frações de átomo que pertencem à mesma célula unitária.)

5 A Fig. 41-1b mostra os 18 átomos que formam a célula unitária do silício. Quatorze desses átomos, porém, são compartilhados por uma ou mais células unitárias vizinhas. Qual é o número de átomos por célula unitária no caso do silício? (*Sugestão*: Veja a Pergunta 4.)

6 Na rede cristalina do silício, onde pode ser encontrado (a) um elétron de condução; (b) um elétron de valência; (c) um elétron

pertencente à subcamada $2p$ de um átomo de silício?

7 A velocidade de deriva v_d dos elétrons de condução em um fio de cobre percorrido por corrente é aproximadamente igual, muito maior ou muito menor que a velocidade de Fermi v_F ?

8 Um átomo de germânio possui 32 elétrons, dispostos em subcamadas da seguinte forma:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2.$$

O germânio possui a mesma estrutura cristalina que o silício e, como o silício, é um semiconductor. Quais desses elétrons formam a banda da valência de um cristal de germânio?

9 A distância entre níveis de energia vizinhos na última banda ocupada de um metal depende (a) do material de que é feita a amostra; (b) do tamanho da amostra; (c) da posição do nível dentro da banda; (d) da temperatura da amostra; (e) da energia de Fermi do metal?

10 Nas junções polarizadas da Fig. 41-15 existe um campo elétrico $\vec{E}$ nas zonas de depleção, associado à diferença de potencial entre as extremidades da zona. (a) O sentido de $\vec{E}$ é da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda? (b) O módulo de $\vec{E}$ é maior quando a junção está polarizada diretamente ou quando está polarizada inversamente?

11 A largura E_g da banda proibida nos semicondutores silício e germânio é, respectivamente, 1,12 e 0,67 eV. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras? (a) As duas substâncias têm a mesma concentração de portadores à temperatura ambiente. (b) À temperatura ambiente, a concentração de portadores no germânio é maior que no silício. (c) As duas substâncias têm uma concentração maior de elétrons que de buracos. (d) Nas duas substâncias, a concentração de elétrons é igual à de buracos.

PROBLEMAS

• • • • O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema



Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

seção 41-5 Metais

•1 Qual é a probabilidade de que um estado 0,0620 eV acima da energia de Fermi esteja ocupado para (a) $T = 0$ K e (b) $T = 320$ K?

•2 Qual é a concentração de elétrons de condução no ouro, que é um metal monovalente? Use os valores de massa molar e massa específica do Apêndice F.

•3 (a) Mostre que a Eq. 41-5 pode ser escrita na forma $N(E) = CE^{1/2}$. (b) Calcule o valor de C tomando como unidade de comprimento o metro e como unidade de energia o elétron-volt. (c) Calcule o valor de $N(E)$ para $E = 5,00$ eV.

•4 Use a Eq. 41-9 para mostrar que a energia de Fermi no cobre é 7,0 eV.

•5 O cobre, um metal monovalente, tem uma massa molar de 63,54 g/mol e uma massa específica de 8,96 g/cm³. Qual é a concentração n de elétrons de condução do cobre?

•6 Um estado 63 meV acima do nível de Fermi tem uma probabilidade de ocupação de 0,090. Qual é a probabilidade de ocupação de um estado 63 meV *abaixo* do nível de Fermi?

•7 Mostre que a Eq. 41-9 pode ser escrita na forma $E_F = An^{2/3}$, onde a constante A tem o valor de $3,65 \times 10^{-19} \text{ m}^2 \cdot \text{eV}$.

•8 Calcule a densidade de estados $N(E)$ de um metal na energia $E = 8,0$ eV e mostre que o resultado está de acordo com a curva da Fig. 41-6.

••9 A energia de Fermi do cobre é 7,0 eV. Para o cobre a 1000

K, (a) determine a energia do nível cuja probabilidade de ser ocupado por um elétron é 0,900. Para essa energia, determine (b) a densidade de estados $N(E)$ e (c) a densidade de estados ocupados $N_o(E)$.

••10 Suponha que o volume total de uma amostra metálica é a soma do volume ocupado pelos íons do metal que formam a rede cristalina com o volume ocupado pelos elétrons de condução. A massa específica e a massa molar do sódio (um metal) são 971 kg/m^3 e $23,0 \text{ g/mol}$, respectivamente; o raio do íon Na^+ é 98 pm . (a) Que porcentagem do volume de uma amostra de sódio é ocupada pelos elétrons de condução? (b) Repita o cálculo para o cobre, que possui uma massa específica, massa molar e raio iônico de 8960 kg/m^3 , $63,5 \text{ g/mol}$ e 135 pm , respectivamente. (c) Em qual dos dois metais o comportamento dos elétrons de condução é mais parecido com o das moléculas de um gás?

••11 Na Eq. 41-6, faça $E - E_F = \Delta E = 1,00 \text{ eV}$. (a) Para que temperatura o resultado obtido usando essa equação difere de 1,0% do resultado obtido usando a equação clássica de Boltzmann $P(E) = e^{-\Delta E/kT}$ (que é a Eq. 41-1 com duas mudanças de notação)? (b) Para qual temperatura os dois resultados diferem de 10%?

••12 Qual é a energia de Fermi do ouro, que é um metal monovalente com uma massa molar de 197 g/mol e uma massa específica de $19,3 \text{ g/cm}^3$?

••13 A energia de Fermi da prata é $5,5 \text{ eV}$. Determine a probabilidade de que os seguintes níveis de energia estejam ocupados a 0°C : (a) $4,4$; (b) $5,4$; (c) $5,5$; (d) $5,6$; (e) $6,4 \text{ eV}$. (f) Para que temperatura a probabilidade de que o nível de $5,6 \text{ eV}$ esteja ocupado é $0,16$?

••14 Qual é a probabilidade de que um elétron atravessasse a barreira de energia E_g em um diamante cuja massa é igual à massa da Terra? Use o resultado do Exemplo 41-1 e a massa molar do carbono do Apêndice F; suponha que o diamante possui um elétron de valência por átomo de carbono.

••15 Calcule $N_o(E)$, a densidade de estados ocupados, para o cobre a 1000 K , nas energias de (a) $4,00$; (b) $6,75$; (c) $7,00$; (d) $7,25$; (e) $9,00 \text{ eV}$. Compare os resultados com a curva da Fig. 41-8b. A energia de Fermi do cobre é $7,00 \text{ eV}$.

••16 Mostre que a probabilidade $P(E)$ de que um nível de energia E não esteja ocupado é

$$P(E) = \frac{1}{e^{-\Delta E/kT} + 1},$$

onde $\Delta E = E - E_F$.

••17 A prata é um metal monovalente. Calcule, para esse elemento, (a) a concentração de elétrons de condução; (b) a energia de Fermi; (c) a velocidade de Fermi; (d) o comprimento de onda de Broglie correspondente à velocidade determinada no item (c). Os dados necessários estão no Apêndice F.

••18 A uma temperatura de 300 K , a que distância da energia de Fermi está um estado cuja probabilidade de ocupação por um elétron é $0,10$?

••19 A energia de Fermi do alumínio é $11,6 \text{ eV}$; a massa específica e a massa molar são $2,70 \text{ g/cm}^3$ e $27,0 \text{ g/mol}$, respectivamente. A partir desses dados determine o número de elétrons de condução por átomo.

••20 Calcule a concentração (número por unidade de volume) (a) de moléculas de oxigênio a $0,0^\circ\text{C}$ e uma pressão de $1,0 \text{ atm}$; (b) de elétrons de condução do cobre. (c) Qual é a razão entre o

segundo valor e o primeiro? Determine a distância média (d) entre as moléculas de oxigênio e (e) entre os elétrons de condução, supondo que essa distância é a aresta de um cubo cujo volume é igual ao volume disponível por partícula (molécula ou elétron).

••21 Mostre que em $T = 0 \text{ K}$ a energia média $E_{\text{méd}}$ dos elétrons de condução de um metal é igual a $3E_F/5$. (Sugestão: De acordo com a definição de média, $E_{\text{méd}} = (1/n) \int E N_o(E) dE$, onde n é a concentração de elétrons de condução.)

••22 Uma amostra de um certo metal tem um volume de $4,0 \times 10^{-5} \text{ m}^3$. O metal tem uma massa específica de $9,0 \text{ g/cm}^3$ e uma massa molar de 60 g/mol . Os átomos são divalentes. Quantos elétrons de condução (ou elétrons de valência) existem na amostra?

••23 Use o resultado do Problema 21 para calcular a energia cinética total de translação dos elétrons de condução em $1,00 \text{ cm}^3$ de cobre a 0 K .

••24 Qual é o número de estados ocupados em um intervalo de energia de $0,0300 \text{ eV}$ com centro no nível de $6,10 \text{ eV}$ da banda de valência de uma substância se o volume da amostra é $5,00 \times 10^{-8} \text{ m}^3$, o nível de Fermi é $5,00 \text{ eV}$ e a temperatura é 1500 K ?

••25 O zinco é um metal divalente. Calcule (a) a concentração de elétrons de condução; (b) a energia de Fermi; (c) a velocidade de Fermi; (d) o comprimento de onda de de Broglie correspondente à velocidade determinada no item (c). Os dados necessários estão no Apêndice F.

••26 Um certo material tem uma massa molar de $20,0 \text{ g/mol}$, uma energia de Fermi de $5,00 \text{ eV}$ e 2 elétrons de valência por átomo. Determine a massa específica do material em g/cm^3 .

••27 A 1000 K a fração de elétrons de condução em um metal com energia maior que a energia de Fermi é igual à área sob a parte da curva da Fig. 41-8b acima de E_F dividida pela área sob a curva inteira. É difícil calcular essas áreas por integração direta. Entretanto, uma aproximação dessa fração, válida para qualquer temperatura T , é a seguinte:

$$\text{frac} = \frac{3kT}{2E_F}.$$

Observe que $\text{frac} = 0$ para $T = 0 \text{ K}$, como seria de se esperar. Qual é a fração para o cobre (a) a 300 K e (b) a 1000 K ? Para o cobre, $E_F = 7,0 \text{ eV}$. (c) Verifique as respostas por integração numérica, usando a Eq. 41-7.

••28 Em que temperatura 1,30% dos elétrons de condução do lítio (um metal) tem energia maior que a energia de Fermi E_F , que é $4,70 \text{ eV}$? (Veja o Problema 27.)

••29 (a) Use o resultado do Problema 21 e uma energia de Fermi de $7,00 \text{ eV}$ para o cobre para estimar a energia que seria liberada pelos elétrons de condução de uma moeda de cobre com uma massa de $3,10 \text{ g}$ se fosse possível tornar sem efeito o princípio de exclusão de Pauli. (b) Essa energia seria suficiente para manter acesa durante quanto tempo uma lâmpada de 100 W ? (Nota: Não existe nenhuma forma conhecida de tornar sem efeito o princípio de exclusão de Pauli!)

••30 Um certo metal possui $1,70 \times 10^{28}$ elétrons de condução por metro cúbico. Uma certa amostra do metal tem um volume de $6,00 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ e está à temperatura de 200 K . Quantos estados ocupados existem em um intervalo de energia de $3,20 \times 10^{-20} \text{ J}$ com o centro na energia de $4,00 \times 10^{-19} \text{ J}$? (Sugestão: Não arredonde o expoente da exponencial.)

seção 41-6 Semicondutores

••31 (a) Qual é o comprimento de onda máximo de uma luz capaz de excitar um elétron da banda de valência do diamante para a banda de condução? A distância entre as duas bandas é 5,50 eV. (b) A que parte do espectro eletromagnético pertence esse comprimento de onda?

••32 Em um modelo simplificado de um semicondutor não-dopado a distribuição de estados disponíveis pode ser substituída por uma distribuição na qual existem N_v estados na banda de valência, todos com a mesma energia E_v , e N_c estados na banda de condução, todos com a mesma energia E_c . O número de elétrons na banda de condução é igual ao número de buracos na banda de valência. (a) Mostre que para que esta última condição seja satisfeita é preciso que

$$\frac{N_c}{\exp(\Delta E_c/kT) + 1} = \frac{N_v}{\exp(\Delta E_v/kT) + 1},$$

onde

$$\Delta E_c = E_c - E_F \quad \text{e} \quad \Delta E_v = -(E_v - E_F).$$

(b) Se o nível de Fermi está aproximadamente a meio caminho entre a banda de valência e a banda de condução e se a distância entre o nível de Fermi e as duas bandas é muito maior que kT , $\exp(\Delta E_c/kT) + 1 \approx \exp(\Delta E_c/kT)$ e $\exp(\Delta E_v/kT) + 1 \approx \exp(\Delta E_v/kT)$ na equação do item (a). Nessas condições, mostre que

$$E_F = \frac{(E_c + E_v)}{2} + \frac{kT \ln(N_v/N_c)}{2}$$

o que, para $N_v \approx N_c$, significa que o nível de Fermi de um semicondutor não-dopado está praticamente a meio caminho entre a banda de valência e a banda de condução.

••33 A função probabilidade de ocupação (Eq. 41-6) pode ser aplicada tanto a metais como a semicondutores. Nos semicondutores a energia de Fermi está praticamente a meio caminho entre a banda de valência e a banda de condução. No caso do germânio a distância entre a banda de condução e a banda da valência é 0,67 eV. Determine a probabilidade (a) de que um estado na extremidade inferior da banda de condução esteja ocupado; (b) de que um estado na extremidade superior da banda de valência esteja ocupado. Suponha que $T = 290$ K.

••34 O composto arseneto de gálio é um semicondutor, com $E_g = 1,43$ eV, que possui uma estrutura cristalina semelhante à do silício, na qual metade dos átomos de silício são substituídos por átomos de arsênio e metade por átomos de gálio. Faça um desenho bidimensional da rede cristalina do arseneto de gálio, tomando como modelo a Fig. 41-10a. (a) Qual é a carga elétrica (a) dos íons de gálio e (b) dos íons de arsênio? (c) Quantos elétrons existem por ligação? (Sugestão: Consulte a tabela periódica do Apêndice G.)

seção 41-7 Semicondutores Dopados

••35 A dopagem muda a posição da energia de Fermi de um semicondutor. Considere o silício, com uma distância de 1,11 eV entre a extremidade superior da banda da valência e a extremidade inferior da banda de condução. A 300 K o nível de Fermi do silício puro está praticamente a meio caminho entre a banda de valência e a banda de condução. Suponha que o silício seja dopado com átomos doadores que introduzem um estado 0,15 eV abaixo da banda de condução; suponha ainda que a dopagem muda a posição do nível de Fermi para 0,11 eV abaixo da banda de condução (Fig. 41-23). Calcule a probabilidade de que um es-

tado na extremidade inferior da banda de condução esteja ocupado (a) antes da dopagem; (b) depois da dopagem. (c) Calcule a probabilidade de que o nível introduzido pelo doador esteja ocupado.

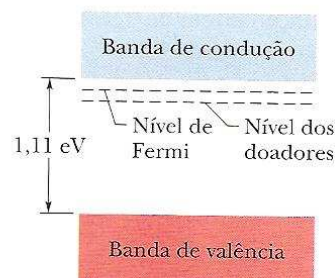


FIG. 41-23 Problema 35.

••36 No silício puro à temperatura ambiente a concentração de elétrons na banda de condução é $5 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ e a concentração de buracos na banda de valência tem o mesmo valor. Suponha que um em cada 10^7 átomos de silício seja substituído por um átomo de fósforo. (a) Que tipo de semicondutor é o novo material: n ou p ? (b) A concentração de que tipo de portador de carga aumenta com a dopagem? (c) Qual é a razão entre a concentração de portadores de carga (elétrons e buracos) no material dopado e a concentração no material não-dopado?

••37 Que massa de fósforo é necessária para dopar 1,0 g de silício da forma descrita no Exemplo 41-6?

••38 Uma amostra de silício é dopada com átomos que introduzem estados doadores 0,110 eV abaixo da banda de condução. (A distância entre a banda de condução e a banda de valência no silício é 1,11 eV.) (a) Se cada um dos estados doadores é ocupado com uma probabilidade de $5,00 \times 10^{-5}$ para $T = 300$ K, (a) o nível de Fermi está acima ou abaixo da extremidade superior da banda de valência? (b) Qual é a distância entre o nível de Fermi e a extremidade superior da banda de valência? (c) Nas condições do item (a), qual é a probabilidade de que um estado na extremidade inferior da banda de condução esteja ocupado?

seção 41-9 O Diodo Retificador

••39 Quando um fóton penetra na zona de depleção de uma junção $p-n$ pode colidir com elétrons da banda de valência, transferindo-os para a banda de condução e criando assim pares elétron-buraco. Por essa razão as junções $p-n$ são muito usadas para detectar radiações, principalmente nas regiões de raios X e raios gama do espectro eletromagnético. Suponha que um fóton de raios gama de 662 keV transfira sua energia para elétrons em eventos de espalhamento múltiplo no interior de um semicondutor em que a distância entre a banda de condução e a banda de valência é 1,1 eV, até que toda a energia seja transferida. Supondo que os elétrons excitados pelo fóton são transferidos da extremidade superior da banda de valência para a extremidade inferior da banda de condução, determine o número de pares elétron-buraco criados no processo.

••40 Em uma junção $p-n$ ideal a relação entre a corrente, I , e a diferença de potencial aplicada à junção, V , é dada por

$$I = I_0(e^{eV/kT} - 1),$$

onde I_0 , que depende dos materiais de que é feita a junção mas não da corrente nem da diferença de potencial, é a *corrente inversa de saturação*. A tensão V é positiva quando a junção é polarizada diretamente e negativa quando a junção é polarizada

inversamente. Para mostrar que um dispositivo com essas características se comporta como um diodo retificador, (a) faça um gráfico de I em função de V para uma junção ideal, de $-0,12$ V a $+0,12$ V, supondo que $T = 300$ K e $I_0 = 5,0$ nA. (b) Para a mesma temperatura, calcule a razão entre a corrente de uma junção submetida a uma polarização direta de $0,50$ V e uma junção submetida a uma polarização inversa de $0,50$ V.

seção 41-10 O Diodo Emissor de Luz (LED)

•41 Em um certo cristal a última banda ocupada está completa. O cristal é transparente para todos os comprimentos de onda maiores que 295 nm e opaco para comprimentos de onda menores. Calcule a distância, em elétrons-volts, entre a última banda ocupada e a primeira banda vazia nesse material.

•42 Em um cristal de cloreto de potássio a distância entre a última banda ocupada (que está completa) e a primeira banda vazia é $7,6$ eV. O cristal é opaco ou transparente a uma luz com um comprimento de onda de 140 nm?

seção 41-11 O Transistor

•43 Um certo circuito integrado, que é do tamanho de um selo postal ($2,54$ cm $\times$ $2,22$ cm), contém cerca de $3,5$ milhões de transistores. Supondo que os transistores são quadrados, quais devem ser, *no máximo*, suas dimensões? (Nota: Além de transistores, um circuito integrado contém outros componentes; deve haver também espaço para as ligações entre os elementos do circuito. Na verdade, hoje é possível fabricar transistores com dimensões de menos de $0,2$ μ m.)

•44 Um MOSFET de silício tem uma porta quadrada com $0,50$ μ m de lado. A camada isolante de óxido de silício que separa a porta do substrato tipo p tem $0,20$ μ m de espessura e uma constante dielétrica de $4,5$. (a) Qual é a capacitância equivalente do conjunto porta-substrato (considerando a porta como uma das placas do capacitor e o substrato como a outra placa)? (b) Quantas cargas elementares e se acumulam na porta quando existe uma diferença de potencial de $1,0$ V entre a porta e a fonte?*

Problemas Adicionais

45 (a) Determine o ângulo θ entre ligações vizinhas na rede

cristalina do silício. Na rede do silício cada átomo está ligado a quatro outros átomos que formam um tetraedro regular (pirâmide formada por triângulos equiláteros), no centro do qual se encontra o átomo considerado. (b) Determine o comprimento da ligação, dado que a distância entre os átomos dos vértices do tetraedro é 388 pm.

46 A prata funde a 961°C . No ponto de fusão, que fração dos elétrons de condução está em estados com energias maiores que a energia de Fermi, que é $5,5$ eV? (Sugestão: Veja o Problema 27.)

47 (a) Mostre que a densidade de estados na energia de Fermi é dada por

$$N(E_F) = \frac{(4)(3^{1/3})(\pi^{2/3})mn^{1/3}}{h^2} \\ = (4,11 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ eV}^{-1})n^{1/3},$$

onde n é a concentração de elétrons de condução. (b) Calcule $N(E_F)$ para o cobre, que é um metal monovalente com massa molar $63,54$ g/mol e massa específica $8,96$ g/cm³. (c) Compare o resultado com a curva da Fig. 41-6, lembrando que a energia de Fermi do cobre é $7,0$ eV.

48 Usando os dados da Tabela 41-1, calcule dp/dT à temperatura ambiente (a) para o cobre e (b) para o silício.

49 (a) Mostre que a derivada dP/dE da Eq. 41-6 é $-1/4kT$ para $E = E_F$. (b) Mostre que a tangente à curva da Fig. 41-7b no ponto $E = E_F$ intercepta o eixo horizontal no ponto $E = E_F + 2kT$.

50 Mostre que $P(E)$, a probabilidade de ocupação dada pela Eq. 41-6, é simétrica em relação à energia de Fermi, ou seja, mostre que

$$P(E_F + \Delta E) + P(E_F - \Delta E) = 1.$$

51 Para que pressão, em atmosferas, o número de moléculas por unidade de volume em um gás ideal é igual à concentração de elétrons de condução no cobre, supondo que tanto o gás como o metal estão a uma temperatura de 300 K?

52 Mostre que o fator numérico $0,121$ na Eq. 41-9 está correto.

53 A energia de Fermi do cobre é $7,0$ eV. Mostre que a velocidade de Fermi correspondente é 1600 km/s.

* No MOSFET a que se refere este problema, que é de um tipo diferente do descrito no texto, não existe uma região tipo n ligando a fonte ao dreno; o canal é obtido exclusivamente por polarização da porta. É por isso que existe apenas material isolante entre a porta e o substrato tipo p . (N.T.)



Daniel Esgro Photography/Getty Images, Inc.

A maioria das pessoas está ciente dos perigos da radiação nuclear produzida por materiais de construção radioativos, usinas nucleares e (especialmente) armas nucleares. Entretanto, muitas pessoas não sabem que a radiação é um fator de risco em longas viagens de avião, principalmente para a tripulação. Na verdade, algumas rotas são mais perigosas que outras, e o número total de horas de voo por ano dos membros da tripulação nessas rotas é limitado pelas companhias aéreas.

Por que as tripulações dos aviões estão expostas a um risco de radiação?

A resposta está neste capítulo.

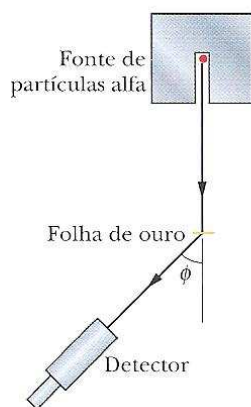


FIG. 42-1 Arranjo experimental (visto de cima) usado no laboratório de Rutherford entre 1911 e 1913 para estudar o espalhamento de partículas α por folhas finas de metal. A posição do detector pode ser ajustada para vários valores do ângulo de espalhamento ϕ . A fonte de partículas α era o gás radônio, um produto do decaimento do rádio. Foi esse experimento relativamente simples que levou à descoberta do núcleo atômico.

42-1 O QUE É FÍSICA?

Até agora, em nossa exploração do parque de diversões quântico, falamos de elétrons aprisionados em vários tipos de poços de potencial, entre eles o próprio átomo, mas ignoramos uma parte importante do átomo: o núcleo. Durante os últimos 90 anos um objetivo importante da física tem sido aplicar os princípios da mecânica quântica ao estudo dos núcleos, e um objetivo importante da engenharia tem sido utilizar os conhecimentos assim obtidos em aplicações práticas que vão desde o uso da radiação no tratamento do câncer até a detecção do gás radônio no porão das casas.

Antes de discutir essas aplicações e a física quântica dos núcleos, vamos ver como os físicos descobriram que o átomo possui um núcleo. Por mais óbvio que isso nos pareça hoje em dia, constituiu a princípio uma grande surpresa.

42-2 A Descoberta do Núcleo

Nos primeiros anos do século XX praticamente a única coisa que se sabia a respeito da estrutura dos átomos era que continham elétrons. O elétron tinha sido descoberto (por J. J. Thomson) em 1897, mas sua massa era desconhecida. Assim, não era possível dizer nem mesmo quantos elétrons (que, por convenção, eram considerados negativamente carregados) um átomo continha. Os físicos já sabiam que os átomos eram eletricamente neutros e, portanto, tinham que conter também cargas positivas, mas ninguém sabia como eram essas cargas positivas.

Em 1911 Ernest Rutherford sugeriu que a carga positiva estava concentrada no centro do átomo, formando um **núcleo**, e que, além disso, o núcleo era responsável pela maior parte da massa do átomo. A sugestão de Rutherford não era uma simples especulação, mas se baseava nos resultados de um experimento proposto por ele e executado por dois colaboradores, Hans Geiger (o inventor do contador Geiger) e Ernest Marsden, um estudante de 20 anos que ainda não havia terminado o curso de graduação.

Na época de Rutherford já se sabia que certos elementos, ditos **radioativos**, se transformam espontaneamente em outros elementos, emitindo partículas no processo. Um desses elementos é o gás radônio, que emite partículas alfa (α) com uma energia de aproximadamente 5,5 MeV. Hoje sabemos que as partículas são núcleos de átomos de hélio.

A idéia de Rutherford era fazer as partículas alfa incidirem em uma folha fina de metal e medir o desvio da trajetória das partículas ao passarem pelo material. As partículas alfa, cuja massa é cerca de 7300 vezes maior que a do elétron, têm uma carga de $+2e$.

A Fig. 42-1 mostra o arranjo experimental usado por Geiger e Marsden. A fonte de partículas alfa era um tubo de vidro de paredes finas contendo radônio. O experimento consistia em medir o número de partículas alfa em função do ângulo de espalhamento ϕ .

Os resultados obtidos por Geiger e Marsden aparecem na Fig. 42-2. Observe que a escala vertical é logarítmica. O ângulo de espalhamento é pequeno para a grande maioria das partículas; entretanto, e esta foi a grande surpresa, umas poucas partículas apresentam ângulos de espalhamento extremamente elevados, próximos de 180° . Nas palavras de Rutherford: “Foi a coisa mais incrível que aconteceu em toda a minha vida. É quase como se você desse um tiro de canhão em uma folha de papel e a bala ricocheteasse”.

Por que Rutherford ficou tão surpreso? Na época em que o experimento foi realizado a maioria dos físicos acreditava no modelo do “pudim de passas” para o átomo, proposto por J. J. Thomson. De acordo com o modelo, a carga positiva do átomo estava uniformemente distribuída em todo o volume do átomo. Os elétrons (as “passas” do modelo) vibravam em torno de posições fixas no interior dessa esfera de carga positiva (o “pudim”).

A força experimentada por uma partícula alfa ao passar por uma esfera de carga positiva do tamanho de um átomo produziria uma deflexão menor que 1° . (A deflexão

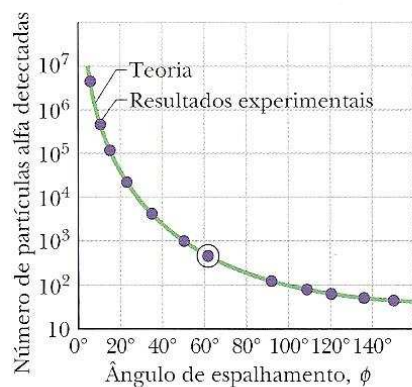


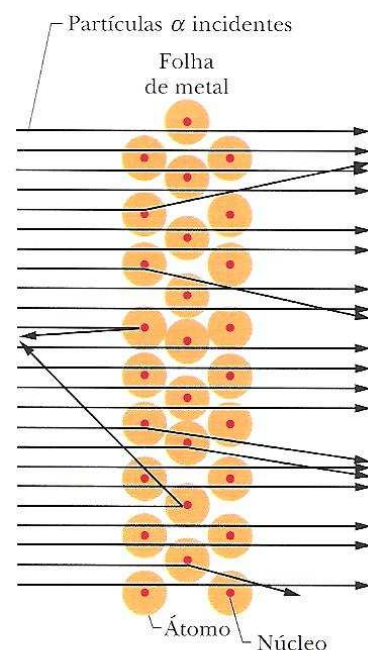
FIG. 42-2 Os pontos no gráfico representam os resultados experimentais do espalhamento de partículas α por uma folha fina de ouro, obtidos por Geiger e Marsden usando o equipamento da Fig. 42-1. A curva é a previsão teórica, baseada na hipótese de que o átomo possui um núcleo pequeno, maciço, positivamente carregado. Observe que a escala vertical é logarítmica e cobre seis ordens de grandeza. Os dados foram ajustados para que a curva teórica passe pelo ponto experimental envolvido por uma circunferência.

FIG. 42-3 O ângulo de espalhamento de uma partícula α depende da distância a que a partícula passa de um núcleo atômico. Para sofrer uma grande deflexão a partícula tem que passar muito perto de um núcleo.

esperada foi comparada por um pesquisador à que aconteceria se alguém desse um tiro em um saco cheio de bolas de neve.) Os elétrons do átomo praticamente não afetariam a partícula alfa, muito mais pesada. Na verdade, os elétrons é que seriam espalhados para todos os lados, como uma nuvem de mosquitos atingida por uma pedra.

Para sofrer uma deflexão de mais de 90° , raciocinou Rutherford, a partícula alfa teria que ser submetida a uma força considerável; essa força poderia ser explicada se a carga positiva, em vez de se espalhar por todo o átomo, estivesse concentrada em uma pequena região central. Nesse caso a partícula alfa poderia se aproximar muito da carga positiva sem atravessá-la, e esta aproximação resultaria em uma força considerável.

A Fig. 42-3 mostra algumas possíveis trajetórias de partículas alfa no interior da folha de metal. Como vemos, a maioria das partículas não sofre nenhuma deflexão ou sofre apenas uma pequena deflexão, mas umas poucas (aquelas que, por acaso, passam nas proximidades de um núcleo) sofrem grandes deflexões. Analisando os dados, Rutherford chegou à conclusão de que o raio do núcleo era aproximadamente 10^4 vezes menor que o do átomo. Em outras palavras, o átomo era composto principalmente de espaço vazio.



Exemplo 42-1

Uma partícula alfa de 5,30 MeV está, por acaso, rumando diretamente para o núcleo de um átomo de ouro, que contém 79 prótons. Qual é a distância a que a partícula alfa chega do centro do núcleo antes que a repulsão eletrostática a faça afastar-se novamente? Ignore o movimento de recuo do núcleo.

IDÉIAS-CHAVE

No processo de espalhamento a energia mecânica total do sistema constituído pela partícula alfa e o núcleo de ouro é conservada. Em particular, a energia inicial E_i , antes que ocorra a interação entre a partícula alfa e o núcleo, é igual à energia E_f no instante correspondente à máxima aproximação, em que a velocidade da partícula alfa se anula antes de mudar de sentido. A energia inicial E_i é a energia cinética K_α da partícula alfa; a energia final E_f é a energia potencial elétrica U do sistema, já que, nesse instante, a energia cinética da partícula alfa é zero e estamos desprezando o movimento de recuo do núcleo. O valor de U pode ser obtido a partir da Eq. 24-43 ($U = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r$).

Cálculos: Seja d a distância entre os centros da partícula alfa e do núcleo de ouro no instante em que a velocidade

da partícula alfa é zero. Nesse caso, a lei de conservação da energia, $E_i = E_f$, assume a forma

$$K_\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha q_{\text{Au}}}{d},$$

onde $q_\alpha (= 2e)$ é a carga da partícula alfa (2 prótons) e $q_{\text{Au}} (= 79e)$ é a carga do núcleo de ouro (79 prótons).

Substituindo as cargas por seus valores e explicitando d , obtemos:

$$\begin{aligned} d &= \frac{(2e)(79e)}{4\pi\epsilon_0 K_\alpha} \\ &= \frac{(2 \times 79)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{4\pi\epsilon_0 (5,30 \text{ MeV})(1,60 \times 10^{-13} \text{ J/MeV})} \\ &= 4,29 \times 10^{-14} \text{ m.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Embora essa distância possa ser considerada pequena em comparação com os raios atômicos, é relativamente grande em comparação com os raios nucleares. Na verdade, é muito maior que a soma dos raios do núcleo de ouro e da partícula alfa. Assim, a partícula alfa é repelida antes de “colidir” com o núcleo de ouro.

42-3 Propriedades dos Núcleos

A Tabela 42-1 mostra as propriedades de alguns núcleos atômicos. Quando estamos interessados nas propriedades dessas partículas como espécies nucleares (e não como parte dos átomos) elas são chamadas de **nuclídeos**.

TABELA 42-1

Propriedades de Alguns Nuclídeos

Nuclídeo	Z	N	A	Abundância/ Meia-vida ^a	Massa ^b (u)	Spin ^c	Energia de Ligação (MeV/núcleon)
¹ H	1	0	1	99,985%	1,007 825	$\frac{1}{2}$	—
⁷ Li	3	4	7	92,5%	7,016 004	$\frac{3}{2}$	5,60
³¹ P	15	16	31	100%	30,973 762	$\frac{1}{2}$	8,48
⁸⁴ Kr	36	48	84	57,0%	83,911 507	0	8,72
¹²⁰ Sn	50	70	120	32,4%	119,902 197	0	8,51
¹⁵⁷ Gd	64	93	157	15,7%	156,923 957	$\frac{3}{2}$	8,21
¹⁹⁷ Au	79	118	197	100%	196,966 552	$\frac{3}{2}$	7,91
²²⁷ Ac	89	138	227	21,8 anos	227,027 747	$\frac{3}{2}$	7,65
²³⁹ Pu	94	145	239	24 100 anos	239,052 157	$\frac{1}{2}$	7,56

^aNo caso de núcleos estáveis é dada a **abundância isotópica**, ou seja, a fração de átomos desse tipo em uma amostra típica do elemento. No caso de nuclídeos radioativos é dada a meia-vida.

^bSeguindo a prática usual, a massa dada é a massa do átomo neutro, e não a massa do núcleo.

^cMomento angular de spin em unidades de $\hbar$.

Terminologia

Os núcleos são feitos de prótons e nêutrons. O **número de prótons** do núcleo (também conhecido como **número atômico**) é representado pela letra Z ; o **número de nêutrons** é representado pela letra N . A soma do número de prótons e do número de nêutrons é conhecida como **número de massa**, e representada pela letra A :

$$A = Z + N. \quad (42-1)$$

Os prótons e nêutrons recebem o nome genérico de **núcleons**.

Os nuclídeos são representados por símbolos como os que aparecem na primeira coluna da Tabela 42-1. Considere, por exemplo, o nuclídeo ¹⁹⁷Au. O índice superior 197 indica o valor do número de massa A . O símbolo químico Au indica que o elemento é o ouro, cujo número atômico é 79. De acordo com a Eq. 42-1, o número de nêutrons deste nuclídeo é $197 - 79 = 118$.

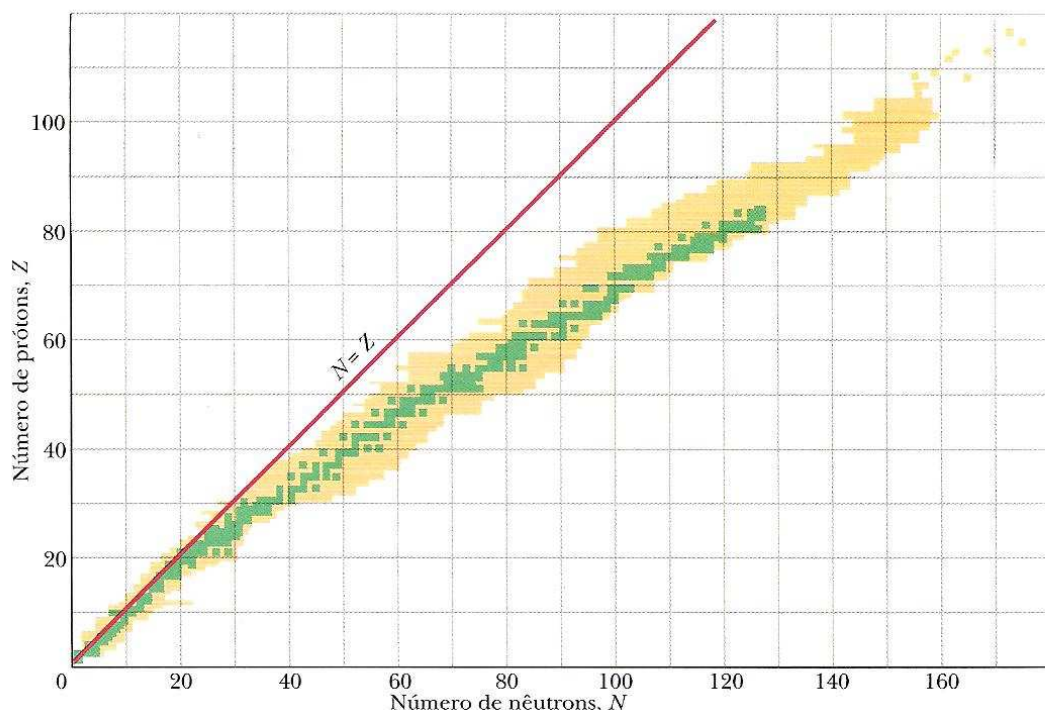
Os nuclídeos com o mesmo número atômico Z e diferentes números de nêutrons N são chamados de **isótopos**. O elemento ouro possui 32 isótopos, que vão desde o ¹⁷³Au até o ²⁰⁴Au. Apenas um desses nuclídeos é estável; os outros 31 são radioativos. Esses **radionuclídeos** sofrem um processo espontâneo de **decaimento** (ou **desintegração**) no qual emitem uma ou mais partículas e se transformam em um nuclídeo diferente.

Classificação dos Nuclídeos

Os átomos neutros de todos os isótopos de um elemento (para os quais, por definição, o valor de Z é o mesmo) possuem o mesmo número de elétrons, as mesmas propriedades químicas e ocupam a mesma posição na tabela periódica dos elementos. As propriedades *nucleares* dos isótopos de um elemento, porém, podem ser muito diferentes. Assim, a tabela periódica é de pouca valia para os físicos nucleares, químicos nucleares e engenheiros nucleares.

Os nuclídeos podem ser organizados em uma **carta de nuclídeos** como a da Fig. 42-4, na qual um nuclídeo é representado através de um par de coordenadas, uma para o número de prótons e outra para o número de nêutrons. Os nuclídeos estáveis estão representados em verde e os nuclídeos radioativos em amarelo. Como se pode ver, os radionuclídeos estão acima, abaixo e à direita de uma faixa bem definida de nuclídeos estáveis. Observe também que os nuclídeos estáveis mais leves estão

FIG. 42-4 Gráfico dos nuclídeos conhecidos. A cor verde indica os nuclídeos estáveis; a cor amarela, os radionuclídeos. Os nuclídeos estáveis de pequena massa têm aproximadamente o mesmo número de nêutrons e prótons, mas os nuclídeos pesados têm um excesso de nêutrons. A figura mostra que não existem nuclídeos estáveis com $Z > 83$ (bismuto).



próximos da reta $N = Z$, o que significa que possuem um número aproximadamente igual de nêutrons e prótons. Os nuclídeos pesados, por outro lado, têm um número muito maior de nêutrons que de prótons. Assim, por exemplo, o ^{197}Au possui 118 nêutrons e 79 prótons, ou seja, um *excesso* de 39 nêutrons.

Em algumas cartas de nuclídeos, feitas para serem penduradas na parede, cada nuclídeo é representado por um retângulo que contém dados como a massa atômica e a abundância do nuclídeo. A Fig. 42-5 mostra uma pequena região de uma carta desse tipo, nas vizinhanças do ^{197}Au . O número abaixo do símbolo químico indica a abundância relativa do isótopo no caso de nuclídeos estáveis e a meia-vida (uma

		$A = 198$						
82	^{197}Pb 43 min	^{198}Pb 2,4 h	^{199}Pb 1,5 h	^{200}Pb 21,5 h	^{201}Pb 9,33 h	^{202}Pb 53000 anos	^{203}Pb 2,16 d	
81	^{196}Tl 1,84 h	^{197}Tl 2,83 h	^{198}Tl 5,3 h	^{199}Tl 7,4 h	^{200}Tl 26,1 h	^{201}Tl 72,9 h	^{202}Tl 12,2 d	
80	^{195}Hg 9,5 h	^{196}Hg 0,15%	^{197}Hg 64,1 h	^{198}Hg 10,0%	^{199}Hg 16,9%	^{200}Hg 23,1%	^{201}Hg 13,2%	
79	^{194}Au 39,4 h	^{195}Au 186 d	^{196}Au 6,18 d	^{197}Au 100%	^{198}Au 2,69 d	^{199}Au 3,14 d	^{200}Au 48,4 min	
78	^{193}Pt 60 anos	^{194}Pt 32,9%	^{195}Pt 33,8%	^{196}Pt 25,3%	^{197}Pt 18,3 h	^{198}Pt 7,2%	^{199}Pt 30,8 min	
77	^{192}Ir 73,8 d	^{193}Ir 62,7%	^{194}Ir 19,2 h	^{195}Ir 2,8 h	^{196}Ir 52 s	^{197}Ir 5,8 min	^{198}Ir ≈ 8 s	
76	^{191}Os 15,4 d	^{192}Os 41,0%	^{193}Os 30,5 h	^{194}Os 6,0 anos	^{195}Os 6,5 min	^{196}Os 35 min	-	
		115	116	117	118	119	120	121
		Número de nêutrons, N						

FIG. 42-5 Vista ampliada e detalhada de uma parte da carta de nuclídeos da Fig. 42-4, nas vizinhanças do ^{197}Au . Os quadrados verdes representam nuclídeos estáveis, para os quais é dada a abundância isotópica. Os quadrados amarelos representam radionuclídeos, para os quais é dada a meia-vida. Também é mostrado um exemplo de reta isobárica, com $A = 198$.

medida da taxa de decaimento) no caso de radionuclídeos. A linha reta liga uma série de **isóbaros**, nuclídeos de mesma massa atômica ($A = 198$, nesse caso).

No início do ano de 2007 nuclídeos com números atômicos até $Z = 118$ ($A = 294$) tinham sido observados em laboratório (não existem na Terra nuclídeos naturais com Z maior que 92). Embora os nuclídeos pesados sejam, em geral, extremamente instáveis e tenham por isso uma meia-vida muito curta, alguns nuclídeos superpesados fogem à regra e possuem uma meia-vida relativamente longa. Esses nuclídeos formam uma *ilha de estabilidade* na região de altos valores de Z e N de uma carta de nuclídeos como a da Fig. 42-4.



TESTE 1 Com base na Fig. 42-4, indique quais dos nuclídeos a seguir provavelmente não existem: ^{52}Fe ($Z = 26$), ^{90}As ($Z = 33$), ^{158}Nd ($Z = 60$), ^{175}Lu ($Z = 71$), ^{208}Pb ($Z = 82$).

Raios dos Núcleos

Uma unidade conveniente para medir distâncias subatômicas é o *femtômetro* ($= 10^{-15}$ m). Esta unidade também é chamada de *fermi*; os dois nomes têm a mesma definição e a mesma abreviação:

$$1 \text{ femtômetro} = 1 \text{ fermi} = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m.} \quad (42-2)$$

Podemos descobrir muita coisa a respeito do tamanho e da estrutura de um núcleo bombardeando-o com elétrons de alta energia e observando de que forma esses elétrons são defletidos. Os elétrons devem ter uma energia suficiente (maior que 200 MeV) para que o comprimento de onda de de Broglie seja menor que as dimensões do núcleo.

O núcleo, como o átomo, não é um corpo sólido, com uma superfície bem definida. Além disso, embora muitos núcleos sejam esféricos, outros têm a forma de um elipsóide. Mesmo assim, os experimentos de espalhamento de elétrons (e outros tipos de experimentos) permitem atribuir a cada nuclídeo um raio efetivo dado por

$$r = r_0 A^{1/3}, \quad (42-3)$$

onde A é o número de massa e $r_0 \approx 1,2$ fm. Vemos que o volume de um núcleo, que varia com r^3 , é diretamente proporcional ao número de massa A e não depende dos valores separados de Z e N .

A Eq. 42-3 não se aplica aos *halonuclídeos*, nuclídeos ricos em nêutrons produzidos pela primeira vez em laboratório na década de 1980. Os raios desses nuclídeos são maiores que os valores dados pela Eq. 42-3 porque alguns dos nêutrons formam um *halo* que envolve um caroço esférico formado pelos prótons e os nêutrons restantes. Um bom exemplo são os isótopos do lítio. Quando um nêutron é acrescentado ao ^8Li para formar ^9Li o raio efetivo aumenta 4%, aproximadamente. Quando, porém, dois nêutrons* são acrescentados ao ^9Li para formar ^{11}Li (o mais pesado dos isótopos do lítio) os dois nêutrons não se combinam com o núcleo já existente, mas formam um halo em torno do resto do núcleo. Em consequência, o raio efetivo aumenta aproximadamente 30%. Aparentemente, essa configuração é mais estável do que aquela em que os 11 núcleons ocupam a mesma região. (Em todos os exemplos estudados neste capítulo vamos supor que a Eq. 42-3 pode ser aplicada.)

Massas dos Núcleos

As massas atômicas atualmente podem ser medidas com grande precisão, mas as massas dos núcleos são muito mais difíceis de medir por causa da dificuldade de

* O raio do nuclídeo ^{10}Li não é conhecido porque se trata de um nuclídeo com um tempo de vida extremamente curto, cujas propriedades ainda estão sendo investigadas. (N.T.)

remover todos os elétrons de um átomo. Como vimos na Seção 37-12, as massas atômicas normalmente são expressas em *unidades de massa atômica* (u), definidas de tal forma que a massa atômica (e não a massa nuclear) do ^{12}C neutro é exatamente 12 u.

Massas atômicas precisas estão disponíveis em muitos *sites* da Internet e, em geral, são fornecidas no enunciado dos problemas. Às vezes, porém, precisamos apenas de um valor aproximado da massa de um núcleo ou de um átomo neutro. Nesses casos utilizamos o número de massa A , que é a massa do nuclídeo expressa em unidades de massa atômica e arredondada para o número inteiro mais próximo. Assim, por exemplo, o número de massa tanto para o núcleo como para o átomo neutro de ^{197}Au é 197 u, enquanto a massa atômica é 196,966 552 u.

Como vimos na Seção 37-12,

$$1 \text{ u} = 1,660\,538\,86 \times 10^{-27} \text{ kg.} \quad (42-4)$$

Vimos também que se a massa total das partículas envolvidas em uma reação nuclear varia de Δm há uma liberação ou absorção de energia dada pela Eq. 37-50 ($Q = -\Delta mc^2$). Como vamos ver em seguida, as energias nucleares são frequentemente medidas em múltiplos de 1 MeV. A relação entre a massa em unidades de massa atômica e a energia em MeV é dada pela constante c^2 da Eq. 37-46:

$$c^2 = 931,494\,013 \text{ MeV/u.} \quad (42-5)$$

Os cientistas e engenheiros que trabalham com massas atômicas muitas vezes preferem expressar a massa de um átomo em termos do *excesso de massa* Δ do átomo, definido através da equação

$$\Delta = M - A \quad (\text{excesso de massa}), \quad (42-6)$$

onde M é a massa do átomo em unidades de massa atômica e A é o número de massa do núcleo do átomo.

Energias de Ligação dos Núcleos

A massa M de um núcleo é *menor* que a massa total Σm das partículas que o compõem. Isso significa que a energia de repouso Mc^2 de um núcleo é *menor* que a energia de repouso total $\Sigma(mc^2)$ dos prótons e nêutrons que fazem parte do núcleo. A diferença entre as duas energias é chamada de **energia de ligação** do núcleo:

$$\Delta E_{\text{el}} = \Sigma(mc^2) - Mc^2 \quad (\text{energia de ligação}). \quad (42-7)$$

Atenção: a energia de ligação não é uma energia existente no núcleo, e sim a *diferença* entre a energia de repouso do núcleo e a soma das energias de repouso das partículas existentes no núcleo. Para separar as partículas que compõem o núcleo teríamos que fornecer ao núcleo uma energia ΔE_{el} durante o processo de separação. Embora um núcleo não possa ser desintegrado dessa forma, a energia de ligação é uma medida conveniente da estabilidade de um núcleo.

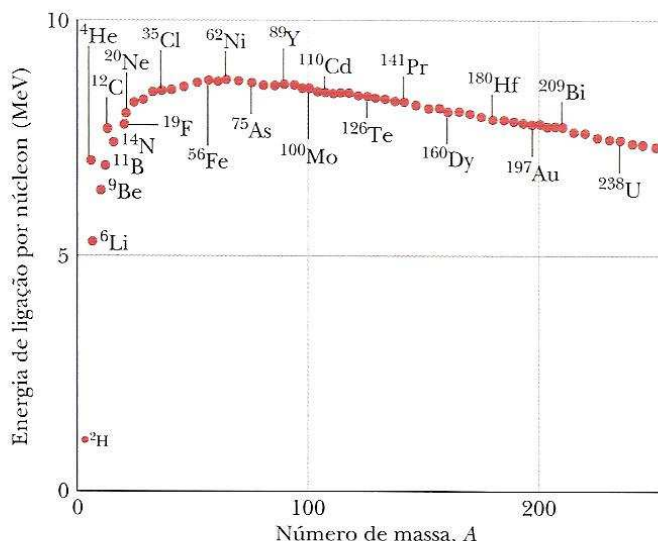
Uma medida ainda melhor é a **energia de ligação por núcleon** ΔE_{eln} , que é a razão entre a energia de ligação ΔE_{el} de um núcleo e o número A de núcleons do núcleo:

$$\Delta E_{\text{eln}} = \frac{\Delta E_{\text{el}}}{A} \quad (\text{energia de ligação por núcleon}). \quad (42-8)$$

Podemos pensar na energia de ligação por núcleon como a energia média necessária para arrancar um núcleon do núcleo.

A Fig. 42-6 mostra um gráfico da energia de ligação por núcleon ΔE_{eln} em função do número de massa A para um grande número de núcleos. Os núcleos que aparecem na parte superior da curva são os mais estáveis, já que é necessária uma energia maior por núcleon para desintegrá-los. Os núcleos que aparecem na parte inferior da curva, isto é, nas duas extremidades, são os menos estáveis.

FIG. 42-6 Energia de ligação por núcleon, mostrando alguns núclídeos representativos. O ^{62}Ni (níquel) é o núclídeo com a maior energia de ligação por núcleon, 8,794 60 MeV/núcleon. Observe que a energia de ligação por núcleon da partícula α (^4He) é bem maior que a dos vizinhos da tabela periódica, o que significa que se trata de um núclídeo particularmente estável.



Essas observações simples a respeito da curva da Fig. 42-6 têm consequências importantes. Os núcleos situados na extremidade direita da curva perdem massa ao se transformarem em dois núcleos com um número de massa intermediário. Esse processo, conhecido como **fissão**, ocorre espontaneamente (isto é, sem que seja necessária uma fonte de energia externa) em núcleos de elementos pesados (com um grande número de massa A) como o urânio. O processo também pode acontecer em armas nucleares, nas quais muitos núcleos de urânio ou plutônio são induzidos a sofrer fissão praticamente ao mesmo tempo, produzindo uma explosão.

Os núcleos situados na extremidade esquerda da curva perdem massa ao se combinarem para formar um único núcleo com um número de massa intermediário. Esse processo, conhecido como **fusão**, ocorre naturalmente no interior das estrelas. Sem ele o Sol não brilharia e, portanto, a vida não poderia existir na Terra.

Níveis de Energia dos Núcleos

A energia dos núcleos, como a dos átomos, é quantizada. Em outras palavras, os núcleos só podem existir em estados quânticos discretos, cada um com uma energia bem definida. A Fig. 42-7 mostra alguns desses níveis para o ^{28}Al , um núclídeo leve típico. Observe que a escala de energia está em milhões de elétrons-volts e não em elétrons-volts, como no caso dos átomos. Quando um núcleo sofre uma transição para um estado de menor energia o fóton emitido quase sempre está na região dos raios gama do espectro eletromagnético.

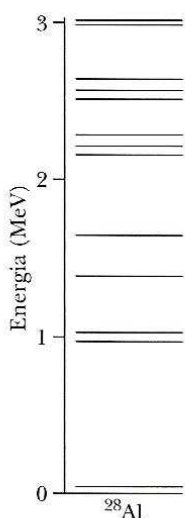


FIG. 42-7 Níveis de energia do núclídeo ^{28}Al , determinados a partir de reações nucleares conhecidas.

Spin e Magnetismo dos Núcleos

Muitos núclídeos possuem um *momento angular nuclear* intrínseco, ou *spin nuclear*, e um *momento magnético nuclear* associado. Embora os momentos angulares nucleares sejam da mesma ordem de grandeza que os momentos angulares dos elétrons, os momentos magnéticos nucleares são muito menores que os momentos magnéticos eletrônicos.

A Força Nuclear

A força que mantém os elétrons unidos ao núcleo para formar os átomos é a força eletromagnética. A força que mantém os núcleons unidos entre si para formar os núcleos deve ser suficientemente intensa para superar a força eletromagnética de repulsão entre os prótons, que possuem todos a mesma carga positiva. Os experimentos mostram também que essa força é de curto alcance, já que seus efeitos não se estendem muito além de alguns femtômetros.

Atualmente os cientistas acreditam que a força nuclear que mantém os prótons e nêutrons unidos para formar o núcleo não é uma força fundamental da natureza, e sim um efeito secundário da **interação forte** que mantém os quarks unidos para formar os prótons e nêutrons. Um efeito semelhante é observado na atração entre moléculas neutras (força de van der Waals), que é um efeito secundário da interação elétrica que mantém os átomos unidos para formar as moléculas.

Exemplo 42-2

Podemos imaginar que todos os núclídeos são feitos de uma mistura de nêutrons e prótons conhecida como *matéria nuclear*. Qual é a massa específica da matéria nuclear?

IDÉIA-CHAVE

Podemos determinar a massa específica (média) ρ de um núcleo dividindo a massa do núcleo pelo volume.

Cálculos: Seja m a massa de um núcleon (que pode ser um próton ou um nêutron, já que as duas partículas têm aproximadamente a mesma massa). Nesse caso a massa de um núcleo com A núcleons é Am . Suponha que o núcleo é uma esfera de raio r . O volume dessa esfera é $\frac{4\pi r^3}{3}$, e a massa específica do núcleo é dada por

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4\pi r^3}{3}}$$

O raio r é dado pela Eq. 42-3 ($r = r_0 A^{1/3}$), onde $r_0 = 1,2$ fm ($= 1,2 \times 10^{-15}$ m). Nesse caso, temos:

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4\pi r_0^3}{3} A} = \frac{m}{\frac{4\pi r_0^3}{3}}$$

Observe que o número de massa A não aparece no resultado final; assim, o valor obtido para a massa específica é válido para qualquer núcleo que possa ser considerado esférico, com um raio dado pela Eq. 42-3. Usando o valor de $1,67 \times 10^{-27}$ kg para a massa m de um núcleon, temos:

$$\rho = \frac{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4\pi}{3} (1,2 \times 10^{-15} \text{ m})^3} \approx 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3.$$

(Resposta)

Este valor é 2×10^{14} vezes maior que a massa específica da água.

Exemplo 42-3

Qual é a energia de ligação por núcleon do ^{120}Sn ?

IDÉIAS-CHAVE

- De acordo com a Eq. 42-8 ($\Delta E_{\text{eln}} = \Delta E_{\text{el}}/A$), podemos determinar a energia de ligação por núcleon ΔE_{eln} calculando a energia de ligação ΔE_{el} e dividindo o resultado pelo número A de núcleons do núcleo.
- De acordo com a Eq. 42-7 [$\Delta E_{\text{el}} = \Sigma(mc^2) - Mc^2$], podemos determinar ΔE_{el} calculando a diferença entre a energia de repouso Mc^2 do núcleo e soma das energias de repouso $\Sigma(mc^2)$ dos núcleons que compõem o núcleo.

Cálculos: De acordo com a Tabela 42-1, um núcleo de ^{120}Sn contém 50 prótons ($Z = 50$) e 70 nêutrons ($N = A - Z = 120 - 50 = 70$). Assim, precisamos imaginar que um núcleo de ^{120}Sn foi separado em 50 prótons e 70 nêutrons,

$$(\text{núcleo de } ^{120}\text{Sn}) \rightarrow 50 \left(\begin{array}{c} \text{prótons} \\ \text{isolados} \end{array} \right) + 70 \left(\begin{array}{c} \text{nêutrons} \\ \text{isolados} \end{array} \right), \quad (42-9)$$

e calcular a variação da energia de repouso resultante.

Para realizar o cálculo precisamos conhecer as massas do núcleo de ^{120}Sn , do próton e do nêutron. Entretanto, como a massa de um átomo neutro (núcleo *mais* elétrons) é muito mais fácil de medir que a massa de um núcleo

isolado, os cálculos das energias de ligação quase sempre são feitos a partir das massas atômicas. Assim, vamos modificar a Eq. 42-9 de modo a podermos usar a massa do átomo de ^{120}Sn em vez da massa do núcleo de ^{120}Sn . Para isso, temos que acrescentar as massas de 50 elétrons ao lado direito da equação, de modo a compensar as massas dos 50 elétrons do átomo de ^{120}Sn . Esses 50 elétrons podem ser combinados com os 50 prótons para formar 50 átomos de hidrogênio. Assim, temos:

$$(\text{átomo de } ^{120}\text{Sn}) \rightarrow 50 \left(\begin{array}{c} \text{átomos de} \\ \text{H isolados} \end{array} \right) + 70 \left(\begin{array}{c} \text{nêutrons} \\ \text{isolados} \end{array} \right). \quad (42-10)$$

De acordo com a Tabela 42-1, a massa M_{Sn} de um átomo de ^{120}Sn é 119,902 197 u e a massa m_{H} de um átomo de hidrogênio é 1,007 825 u; a massa m_{n} do nêutron é 1,008 665 u. Assim, de acordo com a Eq. 42-7, temos:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{el}} &= \Sigma(mc^2) - Mc^2 \\ &= 50(m_{\text{H}}c^2) + 70(m_{\text{n}}c^2) - M_{\text{Sn}}c^2 \\ &= 50(1,007\,825 \text{ u})c^2 + 70(1,008\,665 \text{ u})c^2 \\ &\quad - (119,902\,197 \text{ u})c^2 \\ &= (1,095\,603 \text{ u})c^2 \\ &= (1,095\,603 \text{ u})(931,494\,013 \text{ MeV/u}) \\ &= 1020,5 \text{ MeV}, \end{aligned}$$

onde a conversão para MeV foi feita usando a Eq. 42-5 ($c^2 = 931,494\,013\text{ MeV/u}$). Observe que o uso de massas atômicas em vez de massas nucleares não afeta o resultado porque a massa dos 50 elétrons do átomo de ^{120}Sn é compensada pela massa dos elétrons dos 50 átomos de hidrogênio.

De acordo com a Eq. 42-8, a energia de ligação por núcleon é

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{eln}} &= \frac{\Delta E_{\text{el}}}{A} = \frac{1020,5\text{ MeV}}{120} \\ &= 8,50\text{ MeV/núcleon.} \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

42-4 | Decaimento Radioativo

Como se pode ver na Fig. 42-4, a maioria dos núcleos conhecidos é radioativa. Os núcleos radioativos emitem espontaneamente uma ou mais partículas, transformando-se em outro nuclídeo, que ocupa um lugar diferente na carta de nuclídeos.

O decaimento radioativo foi a primeira indicação de que as leis que governam o mundo subatômico são estatísticas. Considere, por exemplo, uma amostra de 1 mg de urânio. A amostra contém $2,5 \times 10^{18}$ átomos do radionuclídeo de longa vida ^{238}U . Os átomos presentes na amostra foram criados em supernovas, provavelmente muito antes da formação do sistema solar. Em um segundo apenas 12 dos núcleos presentes na amostra se desintegram, emitindo uma partícula alfa para se transformar em núcleos de ^{234}Th . Entretanto,

 Não existe nenhum meio de prever se um dado núcleo de uma amostra radioativa estará entre os que decairão no segundo seguinte.

Embora seja impossível prever quais serão os núcleos a decair, podemos dizer que se uma amostra contém N núcleos radioativos a taxa de decaimento dos núcleos, $-dN/dt$, é proporcional a N :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N, \quad (42-11)$$

onde λ , a **constante de desintegração** (ou **constante de decaimento**), tem um valor diferente para cada radionuclídeo. A unidade de λ no SI é o inverso do segundo (s^{-1}).

Para determinar N em função do tempo t , separamos as variáveis da Eq. 42-11, escrevendo

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt, \quad (42-12)$$

e integramos ambos os membros, obtendo

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{t_0}^t dt,$$

ou

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda(t - t_0), \quad (42-13)$$

onde N_0 é o número de núcleos radioativos em um instante inicial arbitrário t_0 . Fazendo $t_0 = 0$ e transformando a diferença de logaritmos no logaritmo de uma fração, temos:

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t. \quad (42-14)$$

Tomando a exponencial de ambos os membros (a função exponencial é a função inversa do logaritmo natural), obtemos:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\text{ou} \quad N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{decaimento radioativo}), \quad (42-15)$$

onde N_0 é o número de núcleos radioativos no instante $t = 0$ e N é o número de núcleos que restam na amostra em um instante $t > 0$. Observe que as lâmpadas elétricas (para dar um exemplo) não obedecem a uma lei semelhante. Se medirmos a vida útil de 1000 lâmpadas todas “decairão” (ou seja, queimarão) dentro de um intervalo de tempo relativamente estreito. O decaimento dos radionuclídeos segue uma lei muito diferente.

Freqüentemente estamos mais interessados na taxa de decaimento $R (= -dN/dt)$ do que no valor de N . Derivando a Eq. 42-15 em relação ao tempo, obtemos:

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\text{ou} \quad R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{decaimento radioativo}), \quad (42-16)$$

que pode ser considerada uma forma alternativa da lei do decaimento radioativo (Eq. 42-15). Na Eq. 42-16 R_0 é a taxa de decaimento no instante $t = 0$ e R é a taxa de decaimento em um instante $t > 0$. Podemos escrever a Eq. 42-11 em termos da taxa de decaimento R da amostra:

$$R = \lambda N, \quad (42-17)$$

onde R e N , o número de núcleos radioativos que ainda não decaíram, devem ser calculados ou medidos para o mesmo valor de t .

A soma das taxas de decaimento R de todos os radionuclídeos presentes em uma amostra é chamada de **atividade** da amostra. A unidade de atividade no SI recebe o nome de **becquerel** em homenagem a Henri Becquerel, o descobridor da radioatividade:

$$1 \text{ becquerel} = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ decaimento por segundo.}$$

Uma unidade mais antiga, o **curie**, continua a ser usada até hoje:

$$1 \text{ curie} = 1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq.}$$

Eis um exemplo do uso dessas unidades: “A atividade da barra de combustível #5658 no dia 15 de janeiro de 2004 era $3,5 \times 10^{15} \text{ Bq}$ ($= 9,5 \times 10^4 \text{ Ci}$)”. Isso significa que naquele dia $3,5 \times 10^{15}$ átomos radioativos da barra de combustível nuclear estavam decaindo por segundo. A atividade não leva em conta os radionuclídeos presentes (depois de funcionar durante algum tempo em um reator nuclear, uma barra de combustível contém uma grande variedade de nuclídeos radioativos), os valores das constantes de desintegração ou os produtos do decaimento.

Freqüentemente uma amostra radioativa é colocada nas proximidades de um detector que, por razões de geometria ou de falta de sensibilidade, não registra todas as desintegrações ocorridas na amostra. Nesse caso, a leitura do detector é menor que a atividade da amostra, embora em muitos casos possa ser considerada proporcional à atividade. Medidas desse tipo não são expressas em becquerels, e sim em contagens por unidade de tempo.

Existem duas medidas principais do tempo de sobrevivência de um tipo particular de radionuclídeo. Uma dessas medidas é a **meia-vida** $T_{1/2}$ de um radionuclídeo, que é o tempo necessário para que N e R caiam à metade do valor inicial; a outra é a **vida média** τ , que é o tempo necessário para que N e R caiam a $1/e$ do valor inicial.

Para determinar a relação entre $T_{1/2}$ e a constante de desintegração λ fazemos $R = R_0/2$ na Eq. 42-16 e substituímos t por $T_{1/2}$, obtendo a seguinte equação:

$$\frac{1}{2}R_0 = R_0 e^{-\lambda T_{1/2}}.$$

Tomando o logaritmo natural de ambos os membros e explicitando $T_{1/2}$, obtemos:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Da mesma forma, para relacionar τ a λ fazemos $R = R_0/e$ na Eq. 42-16, substituímos t por τ e explicitamos τ , obtendo

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Esses resultados podem ser resumidos da seguinte forma:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2. \quad (42-18)$$



TESTE 2 O nuclídeo ^{131}I é radioativo, com uma meia-vida de 8,04 dias. Ao meio-dia de 1.º de janeiro a atividade de uma certa amostra é 600 Bq. Usando o conceito de meia-vida determine, sem fazer nenhum cálculo escrito, se a atividade da amostra ao meio-dia de 24 de janeiro será um pouco menor que 200 Bq, um pouco maior que 200 Bq, um pouco menor que 75 Bq ou um pouco maior que 75 Bq.

Exemplo 42-4

A tabela a seguir mostra a taxa de decaimento para vários instantes de tempo de uma amostra de ^{128}I , um radionuclídeo muito usado na medicina, especialmente para medir a rapidez com a qual o iodo é absorvido pela glândula tireóide.

Tempo (min)	R (contagens/s)	Tempo (min)	R (contagens/s)
4	392,2	132	10,9
36	161,4	164	4,56
68	65,5	196	1,86
100	26,8	218	1,00

Determine a constante de desintegração λ e a meia-vida $T_{1/2}$ do ^{128}I .

IDÉIAS-CHAVE

Como é a constante de desintegração λ que determina a rapidez com a qual a taxa de decaimento R diminui com o tempo t (Eq. 42-16, $R = R_0 e^{-\lambda t}$), devemos ser capazes de calcular λ a partir de medidas de R em função de t . Entretanto, isso não pode ser feito diretamente, já que a relação entre R e t não é linear. Um método engenhoso consiste em transformar a Eq. 42-16 em uma relação linear tomando os logaritmos naturais de ambos os membros.

Cálculos: Tomando os logaritmos naturais de ambos os membros da Eq. 42-16, obtemos

$$\begin{aligned} \ln R &= \ln(R_0 e^{-\lambda t}) = \ln R_0 + \ln(e^{-\lambda t}) \\ &= \ln R_0 - \lambda t. \end{aligned} \quad (42-19)$$

Como a Eq. 42-19 é da forma $y = b + mx$, com b e m constantes, a equação de $\ln R$ em função de t é a equação de

uma linha reta. Assim, se plotarmos $\ln R$ (em vez de R) em função de t deveremos obter uma linha reta. Além disso, a inclinação dessa reta será igual a $-\lambda$.

A Fig. 42-8 mostra um gráfico de $\ln R$ em função de t no qual estão plotados os pontos da tabela. A inclinação da reta que melhor se ajusta aos pontos experimentais é

$$\text{inclinação} = \frac{0 - 6,2}{225 \text{ min} - 0} = -0,0276 \text{ min}^{-1}.$$

Assim,

$$-\lambda = -0,0276 \text{ min}^{-1}$$

ou $\lambda = 0,0276 \text{ min}^{-1} \approx 1,7 \text{ h}^{-1}$. (Resposta)

O tempo que a taxa de decaimento R leva para diminuir à metade está relacionado à constante de desintegração λ através da Eq. 42-18 [$T_{1/2} = (\ln 2/\lambda)$]. Assim, temos:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,0276 \text{ min}^{-1}} \approx 25 \text{ min. (Resposta)}$$

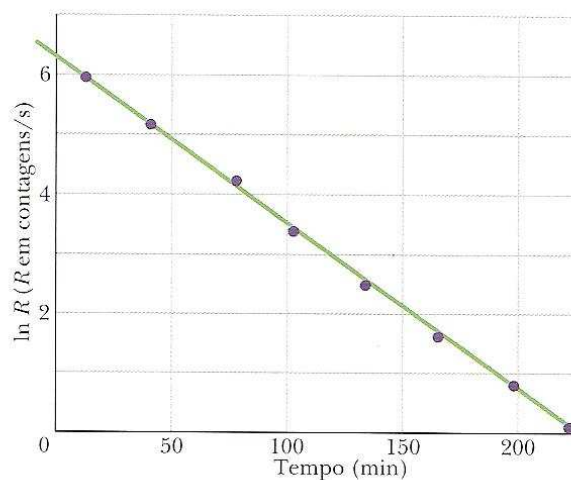


FIG. 42-8 Gráfico semilogarítmico do decaimento de uma amostra de ^{128}I , baseado nos dados da tabela.

Exemplo 42-5

Uma amostra de 2,71 g de KCl encontrada em um depósito de produtos químicos é radioativa e está decaindo a uma taxa constante de 4490 Bq. As desintegrações são atribuídas ao elemento potássio e, em particular, ao isótopo ^{40}K , que está presente no potássio natural com uma abundância de 1,17%. Determine a meia-vida desse nuclídeo.

IDÉIAS-CHAVE

1. Como a atividade R da amostra é aparentemente constante não podemos determinar a meia-vida $T_{1/2}$ plotando o logaritmo de R em função de t , como fizemos no Exemplo 42-4 (o resultado seria uma reta horizontal e chegaríamos à conclusão de que $T_{1/2} = \infty$). Entretanto, podemos lançar mão das idéias que se seguem.
2. Podemos relacionar a meia-vida $T_{1/2}$ à constante de desintegração λ através da Eq. 42-18 [$T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$].
3. Podemos relacionar λ à atividade R através da Eq. 42-17 ($R = \lambda N$), onde N é o número de núcleos (e átomos) de ^{40}K presentes na amostra.

Cálculos: Combinando as Eqs. 42-18 e 42-17, obtemos:

$$T_{1/2} = \frac{N \ln 2}{R}. \quad (42-20)$$

Sabemos que N nessa equação é 1,17% do número total N_K de átomos de potássio da amostra. Sabemos também que N_K é igual ao número N_{KCl} de moléculas da amostra. Podemos determinar o valor de N_{KCl} a partir da massa molar M_{KCl} do KCl (a massa de um mol de KCl) e da massa da amostra M_{am} combinando as Eqs. 19-2 ($n = N/N_A$) e 19-3 ($n = M_{\text{am}}/M$) para escrever

$$N_{\text{KCl}} = \left(\frac{\text{número de}}{\text{mols}} \right) N_A = \frac{M_{\text{am}}}{M_{\text{KCl}}} N_A, \quad (42-21)$$

onde N_A é o número de Avogadro ($6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$). Consultando o Apêndice F vemos que a massa molar do potássio é 39,102 g/mol e a massa molar do cloro é 35,453 g/mol; assim, a massa molar do KCl é 74,555 g/mol. De acordo com a Eq. 42-21, temos:

$$N_{\text{KCl}} = \frac{(2,71 \text{ g})(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{74,555 \text{ g/mol}} = 2,188 \times 10^{22}$$

como o número de moléculas de KCl na amostra. O número total N_K de átomos de potássio na amostra também é $2,188 \times 10^{22}$; o número de átomos (e núcleos) de ^{40}K na amostra é, portanto,

$$N = 0,0117 N_K = (0,0117)(2,188 \times 10^{22}) = 2,560 \times 10^{20}.$$

Substituindo esse valor de N e o valor conhecido da atividade R , 4490 Bq ($= 4490 \text{ s}^{-1}$) na Eq. 42-20, obtemos:

$$T_{1/2} = \frac{(2,560 \times 10^{20}) \ln 2}{4490 \text{ s}^{-1}} = 3,95 \times 10^{16} \text{ s} = 1,25 \times 10^9 \text{ anos.} \quad (\text{Resposta})$$

A meia-vida do ^{40}K é da mesma ordem de grandeza que a idade do universo; assim, a atividade do ^{40}K na amostra encontrada no depósito decai tão lentamente que a mudança não pode ser detectada em uns poucos dias de observação (e nem mesmo em alguns séculos). O potássio existente no nosso corpo também contém esse radioisótopo, o que significa que somos todos levemente radioativos.

42-5 | Decaimento Alfa

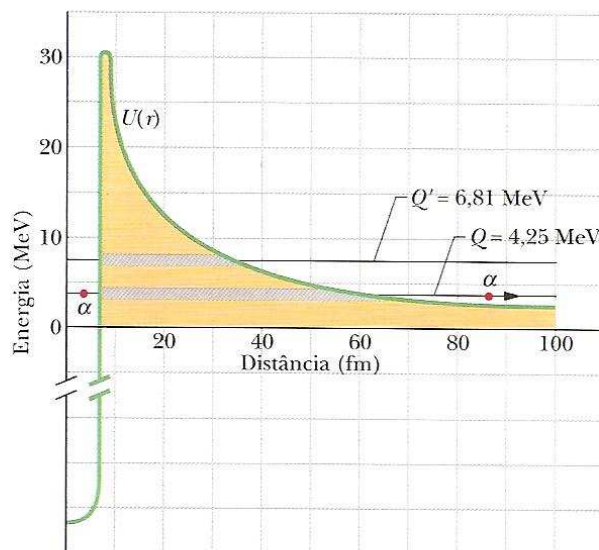
Quando um núcleo sofre um **decaimento alfa** transforma-se em um núcleo diferente emitindo uma partícula alfa (ou seja, um núcleo de hélio, ^4He). Assim, por exemplo, quando o isótopo do urânio ^{238}U sofre um decaimento alfa transforma-se em ^{234}Th , um isótopo do tório, através da reação



Esse decaimento alfa do ^{238}U pode ocorrer espontaneamente (na ausência de uma fonte de energia externa) porque a soma das massas dos produtos da reação, ^{234}Th e ^4He , é menor que a massa do nuclídeo original, ^{238}U . Assim, a energia de repouso dos produtos do decaimento é menor que a energia de repouso do nuclídeo original. Em um processo desse tipo a diferença entre a energia de repouso inicial e a energia de repouso final é chamada de Q da reação (veja a Eq. 37-50, $Q = -\Delta M c^2$).

No caso do decaimento de um núcleo atômico dizemos que a diferença entre as energias de repouso inicial e final é a **energia de desintegração** Q do núcleo. O Q do decaimento representado na Eq. 42-22 é 4,25 MeV; esta é a energia liberada pelo decaimento alfa do ^{238}U , que aparece na forma de energia cinética dos produtos da reação.

FIG. 42-9 Função energia potencial associada à emissão de uma partícula alfa por um núcleo de ^{238}U . A linha reta preta horizontal $Q = 4,25 \text{ MeV}$ mostra a energia de desintegração para o processo. A parte cinzenta mais grossa da linha representa distâncias r que são classicamente proibidas para a partícula alfa. A partícula alfa está representada por um ponto vermelho, tanto no interior da barreira de potencial (lado esquerdo) quando do lado de fora (lado direito), depois que a partícula atravessou a barreira por tunelamento. A reta preta horizontal $Q' = 6,81 \text{ MeV}$ mostra a energia de desintegração para o decaimento alfa do ^{228}U . (A função energia potencial é a mesma para os dois isótopos porque a carga nuclear é a mesma nos dois casos.)



A meia-vida do ^{238}U para esse processo de decaimento é $4,5 \times 10^9$ anos. Por que a meia-vida é tão longa? Se o ^{238}U pode decair dessa forma, porque os nuclídeos de ^{238}U não decaem todos de uma vez? Para responder a essas perguntas temos que examinar mais de perto o processo de decaimento alfa.

Usamos um modelo no qual a partícula alfa já existe no interior do núcleo antes que ocorra o decaimento. A Fig. 42-9 mostra a energia potencial $U(r)$ do sistema formado pela partícula alfa e o núcleo residual de ^{234}Th em função da distância r entre os dois corpos. Essa energia é a soma de duas parcelas: (1) a energia potencial associada à força nuclear (atrativa) que existe no interior do núcleo; (2) a energia potencial associada à força elétrica (repulsiva) que existe para qualquer distância entre os dois corpos.

A linha reta preta horizontal $Q = 4,25 \text{ MeV}$ da Fig. 42-9 mostra a energia de desintegração do processo. Se supusermos que esse valor corresponde à energia total da partícula alfa durante o decaimento, a parte da curva de $U(r)$ acima dessa linha constitui uma barreira de energia potencial como a da Fig. 38-15. Essa barreira não pode ser ultrapassada. Se a partícula alfa penetrasse na região sombreada da figura sua energia potencial U seria maior que a energia total E . Classicamente, a energia cinética K da partícula alfa, que é igual a $E - U$, seria negativa, algo fisicamente impossível.

Podemos compreender agora por que a partícula alfa não é imediatamente emitida pelo núcleo de ^{238}U . O núcleo está cercado por uma grande barreira de potencial, que ocupa (se pensarmos em três dimensões) o volume limitado por duas superfícies esféricas com 8 e 60 fm de raio, aproximadamente. Esse argumento é tão convincente que nos vemos forçados a mudar de posição e perguntar: se existe uma barreira tão grande em torno do núcleo, como é possível que *alguns* núcleos de ^{238}U emitam partículas alfa? A resposta é que, como vimos na Seção 38-9, existe uma probabilidade finita de que uma partícula atravessasse uma barreira por efeito túnel, mesmo que não possua energia suficiente para atravessá-la classicamente. Na verdade, o decaimento alfa se deve exclusivamente ao efeito túnel.

O fato de a meia-vida do ^{238}U ser muito longa indica que a barreira é quase “opaca”. A partícula alfa, que nesse modelo está se movendo de um lado para outro no interior do núcleo, incide na barreira, em média, cerca de 10^{38} vezes antes de conseguir ultrapassá-la. Esse número corresponde a 10^{21} choques por segundo vezes 4×10^9 anos (um tempo igual à idade da Terra!). Nós, naturalmente, estamos esperando do lado de fora para contar as partículas alfa que *finalmente* conseguem escapar.

Podemos testar essa explicação do decaimento alfa estudando outros emissores alfa. Para examinar um caso no extremo oposto considere o decaimento alfa de outro isótopo do urânio, o ^{228}U , que possui uma energia de desintegração Q' de 6,81 MeV, aproximadamente 60% maior que a do ^{238}U . (Uma segunda linha preta horizontal foi traçada na Fig. 42-9 na altura correspondente a esse valor). Como vimos

TABELA 42-2

Comparação entre Dois Emissores Alfa

Radionuclídeo	Q	Meia-vida
^{238}U	4,25 MeV	$4,5 \times 10^9$ anos
^{228}U	6,81 MeV	9,1 min

na Seção 38-9, o coeficiente de transmissão de uma barreira é muito sensível a pequenas variações da energia total da partícula que tenta atravessá-la. Assim, esperamos que o decaimento alfa desse nuclídeo seja bem mais freqüente que o do ^{238}U . É o que se observa na prática. Como mostra a Tabela 42-2, a meia-vida do ^{228}U é apenas 9,1 minutos! Quando Q é multiplicada por 1,6 a meia-vida é dividida por 3×10^{14} . Isso é que é sensibilidade!

Exemplo 42-6

São dadas as seguintes massas atômicas:

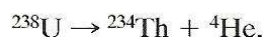
$$^{238}\text{U} \quad 238,050 \, 79 \, \text{u} \quad ^4\text{He} \quad 4,002 \, 60 \, \text{u}$$

$$^{234}\text{Th} \quad 234,043 \, 63 \, \text{u} \quad ^1\text{H} \quad 1,007 \, 83 \, \text{u}$$

$$^{237}\text{Pa} \quad 237,051 \, 21 \, \text{u}$$

onde Pa é o símbolo do elemento protactínio, com $Z = 91$.

(a) Calcule a energia liberada no decaimento alfa do ^{238}U . A reação de decaimento é



Observe, incidentalmente, que a carga nuclear é conservada nesse tipo de reação: a soma dos números atômicos do tório (90) e do hélio (2) é igual ao número atômico do urânio (92). O número de núcleons também é conservado: $238 = 234 + 4$.

IDÉIA-CHAVE

A energia liberada no decaimento é a energia de desintegração Q , que podemos calcular a partir da diferença de massa ΔM entre a massa do nuclídeo original e as massas dos produtos do decaimento.

Cálculo: De acordo com a Eq. 37-50,

$$Q = M_i c^2 - M_f c^2, \quad (42-23)$$

onde a massa inicial M_i é a massa do ^{238}U e a massa final M_f é a soma das massas do ^{234}Th e do ^4He . Como no Exemplo 42-3, é mais fácil trabalhar com massas atômicas, em vez de massas nucleares. Usando as massas atômicas dadas no

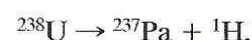
enunciado do problema, temos:

$$\begin{aligned} Q &= (238,050 \, 79 \, \text{u})c^2 - (234,043 \, 63 \, \text{u} + 4,002 \, 60 \, \text{u})c^2 \\ &= (0,004 \, 56 \, \text{u})c^2 = (0,004 \, 56 \, \text{u})(931,494 \, 013 \, \text{MeV/u}) \\ &= 4,25 \, \text{MeV}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Observe que o uso de massas atômicas em lugar de massas nucleares não afeta o resultado, porque as massas dos elétrons se cancelam, já que o número total de elétrons nos produtos da reação é igual ao número de elétrons no nuclídeo original.

(b) Mostre que o ^{238}U não pode emitir espontaneamente um próton, isto é, que a repulsão entre os prótons não é suficiente para ejetar um próton do núcleo.

Solução: A ejeção de um próton do núcleo corresponde à reação



(Fica a cargo do leitor verificar que a carga nuclear e o número de núcleons são conservados na reação.) Usando a mesma Idéia-chave do item (a), descobrimos que a soma das massas dos dois supostos produtos do decaimento ($237,051 \, 21 \, \text{u} + 1,007 \, 83 \, \text{u} = 238,059 \, 04$) é *maior* que a massa do ^{238}U ($238,050 \, 79$), ou seja $\Delta m = +0,008 \, 25 \, \text{u}$ e $Q = -7,68 \, \text{MeV}$. O valor negativo de Q significa que um núcleo de ^{238}U precisa *receber* uma energia de $7,68 \, \text{MeV}$ para poder emitir um próton; assim, essa reação certamente não ocorre de forma espontânea.

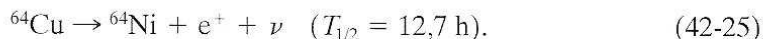
42-6 Decaimento Beta

Quando um núcleo se transforma em um núcleo diferente emitindo um elétron ou um pósitron (partícula de carga positiva com a mesma massa que o elétron) dizemos que sofreu um **decaimento beta**. Como o decaimento alfa, trata-se de um processo

espontâneo, com uma energia de desintegração e uma meia-vida bem definidas. Também como o decaimento alfa, o decaimento beta é um processo estatístico, que pode ser descrito pelas Eqs. 42-15 e 42-16. No decaimento *beta menos* (β^-) um elétron é emitido por um núcleo, como na reação



No decaimento *beta mais* (β^+) um pósitron é emitido por um núcleo, como na reação



O símbolo ν representa um **neutrino**, uma partícula neutra, de massa nula ou muito pequena, que é emitida pelo núcleo juntamente com o elétron ou o pósitron no processo de decaimento. Os neutrinos interagem fracamente com a matéria, sendo tão difíceis de detectar que sua presença passou despercebida durante muito tempo.*

A carga e o número de núcleons são conservados nos dois tipos de reação. No decaimento da Eq. 42-24, por exemplo, a carga total antes e depois da reação é a mesma:

$$(+15e) = (+16e) + (-e) + (0),$$

pois o ^{32}P possui 15 prótons, o ^{32}S possui 16 prótons e o neutrino tem carga zero. O número de núcleons antes e depois da reação também é o mesmo:

$$(32) = (32) + (0) + (0),$$

pois o ^{32}P e o ^{32}S possuem 32 núcleons e o elétron e o neutrino não são núcleons.

Pode parecer estranho que os núcleos sejam capazes de emitir elétrons, pósitrons e neutrinos quando sabemos que contêm apenas prótons e nêutrons. Entretanto, já vimos que os átomos são capazes de emitir fótons, embora não seja correto afirmar que os átomos “contêm” fótons. O que acontece é que os fótons são criados durante o processo de emissão, e o mesmo se pode dizer dos elétrons, pósitrons e neutrinos emitidos pelos núcleos no decaimento beta. No caso do decaimento beta menos um dos nêutrons do núcleo emite um elétron e um neutrino e se transforma em um próton, segundo a reação



No decaimento beta mais um dos prótons do núcleo emite um pósitron e um neutrino e se transforma em um nêutron, segundo a reação



Os processos de decaimento beta constituem uma prova de que, como já observamos anteriormente, os prótons e nêutrons não são partículas elementares. Examinando as reações de decaimento vemos por que o número de massa A de um núclídeo que sofre decaimento beta é conservado; nesse processo um nêutron se transforma em um próton ou vice-versa (Eqs. 42-26 e 42-27), o que significa que o número de núcleons permanece constante.

Tanto o decaimento alfa como o decaimento beta envolvem a liberação de uma certa quantidade de energia. No caso do decaimento alfa, praticamente toda essa energia aparece na forma de energia cinética da partícula alfa emitida.** No caso de um decaimento beta menos como o da Eq. 42-26, porém, a energia de desintegração pode se dividir em diferentes proporções entre a energia do elétron e a energia do

* O decaimento beta também inclui a *captura eletrônica*, um processo (que não será discutido neste livro) no qual o núcleo absorve um dos elétrons do átomo e emite um neutrino. Convém observar também que a partícula emitida juntamente com o elétron na reação descrita pela Eq. 42-24 é na realidade um *antineutrino*. No tratamento introdutório apresentado neste capítulo não faremos nenhuma distinção entre neutrinos e antineutrinos.

** Isso acontece porque, em geral, a massa do núcleo resultante do decaimento é muito maior que a massa da partícula alfa. (N.T.)

neutrino. Em alguns decaimentos quase toda a energia vai para o elétron; em outros, quase toda a energia vai para o neutrino. Em todos os casos, porém, a soma da energia do elétron com a energia do neutrino é igual à energia de desintegração Q . Em um decaimento beta mais como o da Eq. 42-27 a energia também pode se dividir em diferentes proporções entre a energia do pósitron e a energia do neutrino.

Assim, no decaimento beta a energia cinética dos elétrons ou pósitrons emitidos varia desde zero até um certo valor máximo $K_{\text{máx}}$. A Fig. 42-10 mostra a distribuição de energia dos pósitrons emitidos no decaimento beta do ^{64}Cu (veja a Eq. 42-25). A energia máxima dos pósitrons, $K_{\text{máx}}$, é igual à energia de desintegração Q porque se a energia do neutrino é desprezível, toda a energia de desintegração aparece na forma da energia cinética do elétron, ou seja,

$$Q = K_{\text{máx}}. \quad (42-28)$$

O Neutrino

A existência dos neutrinos foi proposta por Wolfgang Pauli em 1930, não só para explicar a distribuição de energia dos elétrons e pósitrons nos decaimentos beta mas também para evitar que a lei de conservação do momento angular fosse violada.

O neutrino é uma partícula que interage apenas fracamente com a matéria; o livre caminho médio de um neutrino de alta energia na água é da ordem de milhares de anos-luz! Ao mesmo tempo, os neutrinos gerados no *big bang* que presumivelmente assinalou a criação do universo são as partículas mais abundantes que a física conhece; bilhões deles atravessam a cada segundo o corpo de cada habitante da Terra, sem deixar vestígios.

Os neutrinos foram observados pela primeira vez em laboratório no ano de 1953 por F. Reines e C. L. Cowan entre as partículas geradas por um reator nuclear de alta potência. (Em 1995, Reines, o membro sobrevivente da dupla, recebeu o prêmio Nobel de Física por esse trabalho.) Apesar das dificuldades de detecção, o estudo dos neutrinos é hoje em dia um ramo importante da física experimental.

As reações nucleares que ocorrem no Sol produzem uma grande quantidade de neutrinos; à noite esses neutrinos chegam até nós vindos de baixo, já que eles atravessam a Terra quase como se ela não existisse. Em fevereiro de 1987 a luz de uma estrela que explodiu na Grande Nuvem de Magalhães (uma galáxia próxima) chegou à Terra depois de viajar durante 170 000 anos. Um número gigantesco de neutrinos foi gerado nessa explosão, e alguns deles foram captados por um detector de neutrinos situado no Japão, como mostra a Fig. 42-11.

A Radioatividade e a Carta de Nuclídeos

Podemos aumentar a quantidade de informações da carta de nuclídeos da Fig. 42-4 plotando em um terceiro eixo o excesso de massa Δ em unidades de MeV/c^2 . A superfície assim formada (Fig. 42-12) constitui uma representação gráfica da estabilidade dos nuclídeos. Como se pode ver na figura, para os nuclídeos de pequena massa essa superfície forma um “vale de nuclídeos”, com a faixa de estabilidade da Fig. 42-4 no fundo do vale. Os nuclídeos situados na encosta rica em prótons decaem em direção ao vale emitindo pósitrons, enquanto os nuclídeos situados na encosta rica em nêutrons decaem emitindo elétrons.

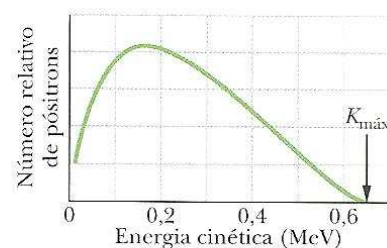


FIG. 42-10 Distribuição da energia cinética dos pósitrons emitidos no decaimento beta do ^{64}Cu . A energia cinética máxima da distribuição ($K_{\text{máx}}$) é 0,653 MeV. Em todos os decaimentos essa energia é dividida entre o pósitron e o neutrino, em diferentes proporções. A energia *mais provável* do pósitron emitido é aproximadamente 0,15 MeV.

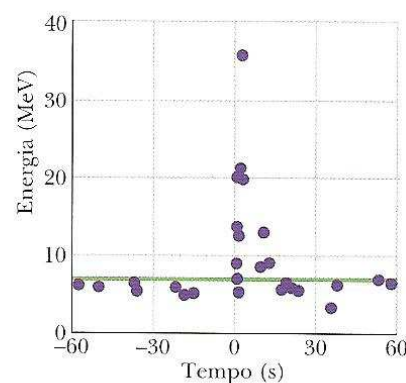
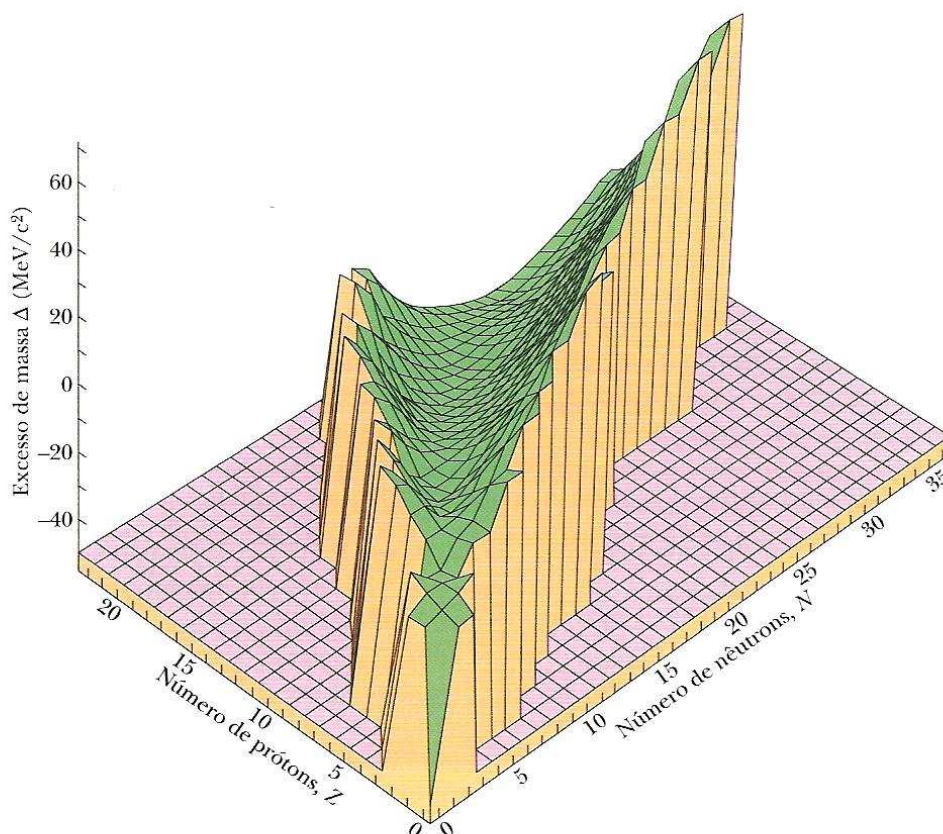


FIG. 42-11 Uma chuva de neutrinos, causada pela explosão da supernova SN 1987A, que ocorreu no instante (relativo) $t = 0$, é claramente visível neste gráfico. (No caso dos neutrinos, a detecção de 10 partículas já pode ser considerada uma “chuva”.) As partículas foram detectadas por um equipamento sofisticado, nas profundezas de uma antiga mina japonesa. Como a supernova foi visível apenas no Hemisfério Sul, os neutrinos tiveram que atravessar a Terra (uma barreira insignificante para eles) antes de chegar ao detector.

TESTE 3 O ^{238}U decai para ^{234}Th emitindo uma partícula alfa. Segue-se uma série de outros decaimentos, uns do tipo alfa e outros do tipo beta, até que o produto seja um nuclídeo estável. Qual dos nuclídeos estáveis a seguir é o produto final da cadeia de decaimentos do ^{238}U : ^{206}Pb , ^{207}Pb , ^{208}Pb ou ^{209}Pb ? (*Sugestão:* Considere as mudanças do número de massa A nos dois tipos de decaimento.)

FIG. 42-12 Parte do vale dos núclídeos, mostrando apenas os núclídeos leves. O deutério, o trítio e o hélio estão na extremidade mais próxima de 0, com o hélio no ponto mais alto. O vale, que se alarga progressivamente, vai na figura até $Z = 22$ e $N = 35$. Os núclídeos com grandes valores de A , que seriam plotados fora do vale, podem decair para o interior do vale através de várias emissões de partículas alfa ou de uma fissão (divisão do núclídeo em dois fragmentos).



Exemplo 42-7

Calcule a energia de desintegração Q para o decaimento beta do ^{32}P , descrito pela Eq. 42-24. As massas atômicas dos núclídeos envolvidos na reação são $31,973\,91\,\text{u}$ (^{32}P) e $31,972\,07\,\text{u}$ (^{32}S).

IDÉIA-CHAVE

A energia de desintegração Q para o decaimento beta é igual à variação da energia de repouso total causada pelo decaimento.

Cálculos: A energia de desintegração Q é dada pela Eq. 37-50 ($Q = -\Delta M c^2$). Entretanto, precisamos tomar cuidado para distinguir as massas nucleares (que não conhecemos) das massas atômicas (que são conhecidas). Vamos representar as massas nucleares de ^{32}P e do ^{32}S pelos símbolos em negrito $\mathbf{m}_p$ e $\mathbf{m}_s$, e as massas atômicas pelos símbolos em itálico m_p e m_s . Nesse caso, a variação de massa causada pelo decaimento da Eq. 42-24 pode ser expresso na forma

$$\Delta m = (\mathbf{m}_s + m_e) - \mathbf{m}_p,$$

onde m_e é a massa do elétron. Somando e subtraindo $15m_e$ do lado direito dessa equação, obtemos:

$$\Delta m = (\mathbf{m}_s + 16m_e) - (\mathbf{m}_p + 15m_e).$$

Como as grandezas entre parênteses são as massas atômicas do ^{32}S e do ^{32}P , temos:

$$\Delta m = m_s - m_p.$$

Vemos, portanto, que quando calculamos a diferença entre as massas atômicas a massa do elétron emitido é automaticamente levada em consideração. (Isso não acontece quando a partícula emitida é um pósitron.)

A energia de desintegração para o decaimento do ^{32}P é, portanto,

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta m c^2 \\ &= -(31,972\,07\,\text{u} - 31,973\,91\,\text{u})(931,494\,013\,\text{MeV/u}) \\ &= 1,71\,\text{MeV}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Verifica-se experimentalmente que essa energia é igual a $K_{\text{máx}}$, a energia máxima dos elétrons emitidos. Embora uma energia de $1,71\,\text{MeV}$ seja liberada toda vez que um núcleo de ^{32}P se desintegra, na grande maioria dos casos a energia cinética do elétron emitido é menor que esse valor; o restante da energia fica com o neutrino, que deixa o laboratório sem ser detectado.

42-7 Datação Radioativa

Se conhecemos a meia-vida de um dado radionuclídeo podemos em princípio usar o decaimento desse radionuclídeo como um relógio para medir intervalos de tempo. O decaimento de nuclídeos de meia-vida muito longa pode ser usado para medir a idade das rochas, ou seja, o tempo transcorrido desde que se formaram. No caso das rochas da Terra, da Lua e dos meteoritos as medidas indicam uma mesma idade máxima, da ordem de $4,5 \times 10^9$ anos.

O radionuclídeo ^{40}K , por exemplo, se transforma em ^{40}Ar , um isótopo estável do argônio. A meia-vida desse decaimento é $1,25 \times 10^9$ anos. A medida da razão entre o número de átomos de ^{40}K e o número de átomos de ^{40}Ar presentes em uma rocha pode ser usada para estimar a idade da rocha. Outros decaimentos de longa meia-vida, como o do ^{235}U para ^{207}Pb (que envolve vários estágios intermediários), podem ser usados para confirmar a estimativa.

Para medir intervalos de tempo mais curtos, como os correspondentes ao período histórico, a datação com radiocarbono tem se revelado inestimável. O radionuclídeo ^{14}C (com $T_{1/2} = 5730$ anos) é produzido constantemente na atmosfera superior pelo choque dos raios cósmicos com átomos de nitrogênio do ar. Esse radiocarbono se mistura com o carbono normalmente presente na atmosfera (na forma de CO_2), de tal forma que existe aproximadamente um átomo de ^{14}C para cada 10^{13} átomos de ^{12}C , o isótopo mais abundante do carbono, que é estável. Graças às atividades biológicas, como a fotossíntese e a respiração, os átomos do carbono presentes na atmosfera trocam de lugar aleatoriamente com átomos de carbono presentes em todos os seres vivos, desde brócolis e cogumelos até pingüins e seres humanos. Isso faz com que a fração de átomos de ^{14}C nos seres vivos seja a mesma da atmosfera.

O equilíbrio persiste apenas enquanto o organismo está vivo. Quando o organismo morre as trocas com a atmosfera cessam e a fração de radiocarbono presente no organismo diminui, com uma meia-vida de 5730 anos. Medindo a quantidade de radiocarbono por grama de matéria orgânica é possível estimar o tempo transcorrido desde a morte do organismo. As cinzas de antigas fogueiras, os manuscritos do mar Morto e muitos artefatos pré-históricos foram datados dessa forma. A idade dos manuscritos do mar Morto foi determinada a partir da análise de uma amostra do tecido usado para selar um dos vasos em que os manuscritos foram encontrados.

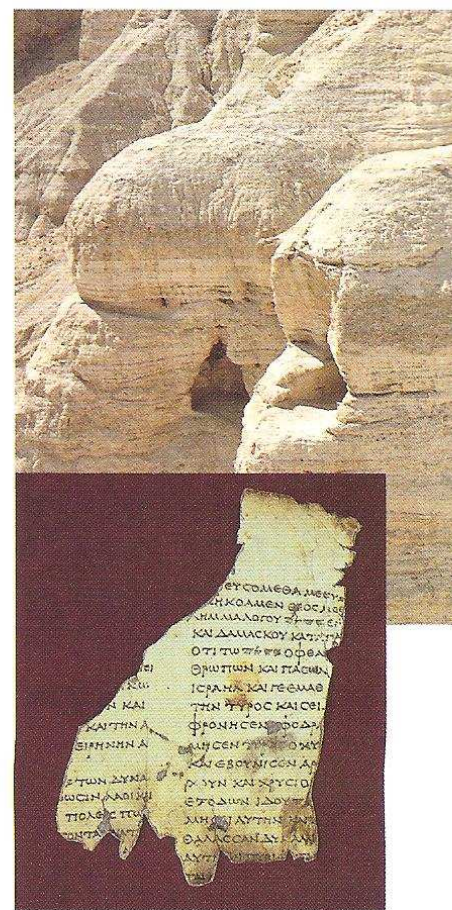


FIG. 42-13 Fragmento dos manuscritos do mar Morto e as cavernas onde foram encontrados. Foto de cima: (George Rockwin/Bruce Coleman, Inc.) Foto de baixo: (R. Perry/Corbis Sygma)

Exemplo 42-8

A análise por espectrometria de massa dos átomos de potássio e argônio presentes em uma rocha lunar mostra que a razão entre o número de átomos de ^{40}Ar (estáveis) e o número de átomos de ^{40}K (radioativos) é 10,3. Suponha que todos os átomos de argônio tenham sido produzidos pelo decaimento de átomos de potássio, com uma meia-vida de $1,25 \times 10^9$ anos. Qual é a idade da rocha?

$$N_{\text{Ar}} = N_0 - N_{\text{K}} \quad (42-30)$$

Cálculos: Como não conhecemos o valor de N_0 , vamos eliminá-lo das Eqs. 42-29 e 42-30. Depois de algumas manipulações algébricas, obtemos a seguinte equação:

$$\lambda t = \ln \left(1 + \frac{N_{\text{Ar}}}{N_{\text{K}}} \right), \quad (42-31)$$

onde $N_{\text{Ar}}/N_{\text{K}}$ é uma grandeza que pode ser medida. Explicando t e usando a Eq. 42-18 para substituir λ por $(\ln 2)/T_{1/2}$, obtemos:

$$\begin{aligned} t &= \frac{T_{1/2} \ln(1 + N_{\text{Ar}}/N_{\text{K}})}{\ln 2} \\ &= \frac{(1,25 \times 10^9 \text{ anos})[\ln(1 + 10,3)]}{\ln 2} \\ &= 4,37 \times 10^9 \text{ anos.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

IDÉIAS-CHAVE

(1) Se N_0 átomos de potássio estavam presentes na época em que a rocha se formou por solidificação de uma massa fundida, o número de átomos de potássio restantes no momento da análise é dado pela Eq. 42-15:

$$N_{\text{K}} = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (42-29)$$

onde t é a idade da rocha. (2) Para cada átomo de potássio que decai um átomo de argônio é produzido. Assim, o número de átomos de argônio presentes no momento da análise é

Idades menores foram obtidas para outras rochas lunares e terrestres, mas não idades muito maiores. A conclusão é que o sistema solar deve ter se formado há cerca de 4 bilhões de anos.

42-8 Medida da Dose de Radiação

O efeito de radiações como raios gama, elétrons e partículas alfa sobre os tecidos dos seres vivos (especialmente os seres humanos) é uma questão de interesse público. As fontes naturais de radiação são os raios cósmicos e os elementos radioativos presentes na crosta terrestre. Entre as radiações associadas às atividades humanas, as principais são os raios X e os radionuclídeos usados na medicina e na indústria.

Nosso objetivo neste livro não é discutir as diferentes fontes de radiação, mas simplesmente descrever as unidades em que são expressas as propriedades e os efeitos dessas radiações. Já nos referimos à *atividade* de uma fonte radioativa. Existem outras duas grandezas de interesse.

1. *Dose Absorvida*. Trata-se de uma medida da dose de radiação (energia por unidade de massa) realmente absorvida por um objeto específico, como a mão ou o tórax de um paciente. A unidade de dose absorvida no SI é o **gray** (Gy). Uma unidade mais antiga, o **rad** (do inglês **r**adiation **a**bsorbed **d**ose, ou seja, dose de radiação absorvida) ainda é muito usada até hoje. As duas unidades são definidas da seguinte forma:

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rad.} \quad (42-32)$$

Um uso típico desse tipo de unidade seria o seguinte: “Uma dose de raios gama de 3 Gy (= 300 rad) aplicada ao corpo inteiro em um curto período de tempo causa a morte de 50% das pessoas expostas”. Felizmente, a dose que uma pessoa recebe por ano, levando em conta tanto as fontes naturais como as artificiais, raramente ultrapassa 2 mGy (= 0,2 rad).

2. *Dose Equivalente*. Quando dois tipos de radiação (raios gama e nêutrons, por exemplo) fornecem a mesma quantidade de energia a um ser vivo os efeitos biológicos podem ser bem diferentes. O conceito de dose equivalente permite expressar o efeito biológico multiplicando a dose absorvida (em grays ou rads) por um fator numérico chamado **RBE** (do inglês **r**elative **b**iological **e**ffectiveness, ou seja, eficiência biológica relativa). No caso de raios X, raios gama e elétrons, $\text{RBE} = 1$; para nêutrons lentos, $\text{RBE} = 5$; para partículas alfa, $\text{RBE} = 10$; e assim por diante. Os dispositivos de monitoração individual, como filmes fotográficos, são calibrados de modo a registrar a dose equivalente.

A unidade de dose equivalente no SI é o **sievert** (Sv). Uma unidade mais antiga, o **rem**, ainda é muito usada até hoje. A relação entre as duas unidades é a seguinte:

$$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem.} \quad (42-33)$$

Um uso típico desse tipo de unidade seria o seguinte: “O Conselho Nacional de Proteção Radiológica recomenda que nenhum indivíduo exposto (não-profissionalmente) à radiação receba uma dose equivalente maior que 5 mSv (= 0,5 rem) em um único ano”. Essa recomendação inclui radiações de todos os tipos; naturalmente, o fator RBE apropriado deve ser usado em cada caso.

Os raios cósmicos são formados principalmente por prótons ejetados pelo Sol. A atmosfera e o campo magnético da Terra nos protegem desse fluxo de prótons de alta energia. Entretanto, uma pessoa que esteja voando em grandes altitudes conta com uma espessura menor de atmosfera para deter os prótons. Além disso, os prótons são mais abundantes em altas latitudes, onde são concentrados pelo campo magnético da Terra (veja a Seção 28-6). Assim, uma pessoa que esteja voando em grandes altitudes e em altas latitudes está mais exposta aos prótons solares.

O risco é insignificante para as pessoas que voam apenas ocasionalmente, mas pode se tornar palpável para os passageiros que utilizam com frequência a rota polar para ir, por exemplo, de Los Angeles a Londres, já que os efeitos são cumulativos. Os membros da tripulação das aeronaves que realizam esse tipo de voo correriam um risco ainda maior se o número de horas de voo por ano não fosse limitado pelas empresas aéreas. Assim, por exemplo, um tripulante pode ser exposto a cerca de 0,006 mSv por hora de voo. Se o tripulante acumular 900 horas de voo por ano (um número razoável), a exposição total em um ano será 5,4 mSv, mais que o limite de segurança de 5 mSv que mencionamos há pouco.

À primeira vista, poderia parecer que o maior risco de radiação era para os passageiros do Concorde, um avião supersônico que voava a uma altitude quase duas vezes maior que os outros jatos comerciais. Na verdade, o risco era menor, porque os voos do Concorde levavam muito menos tempo.

Exemplo 42-9

De acordo com o texto, uma dose de raios gama de 3 Gy causa a morte de metade das pessoas expostas. Se uma energia equivalente fosse absorvida na forma de calor, qual seria o aumento de temperatura do corpo?

IDÉIAS-CHAVE

(1) A energia absorvida Q e o aumento da temperatura resultante ΔT estão relacionados através da Eq. 18-14 ($Q = cm \Delta T$). Nessa equação m é a massa do corpo que absorve a energia e c é o calor específico do corpo (e não a velocidade da luz). (2) Uma dose absorvida de 3 Gy corresponde a uma energia absorvida de 3 J/kg.

Cálculos: Vamos supor que c , o calor específico do corpo humano, é igual ao calor específico da água, 4180 J/kg · K. Nesse caso, temos:

$$\Delta T = \frac{Q/m}{c} = \frac{3 \text{ J/kg}}{4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K}} = 7,2 \times 10^{-4} \text{ K} \approx 0,7 \text{ mK}.$$

(Resposta)

Esse resultado mostra claramente que os efeitos biológicos da radiação ionizante não têm nada a ver com o aquecimento dos tecidos. Os efeitos nocivos resultam principalmente dos danos causados pela radiação ao DNA.

42-9 Modelos Nucleares

Os núcleos são mais complexos que os átomos. No caso dos átomos a lei básica da força que age entre os componentes (lei de Coulomb) tem uma expressão simples, e a força é exercida a partir de um centro bem definido, o núcleo atômico. No caso dos núcleos a força que mantém os componentes unidos tem uma expressão complicada. Além disso, o núcleo, uma mistura de prótons e nêutrons, não possui um centro bem definido.

Na falta de uma *teoria* nuclear satisfatória os físicos se dedicaram à elaboração de *modelos* nucleares. Um modelo nuclear é simplesmente uma forma de encarar o núcleo que permite estudar da melhor maneira possível suas propriedades. A utilidade de um modelo é testada pela capacidade de fazer previsões que possam ser testadas experimentalmente.

Dois modelos nucleares se revelaram particularmente úteis. Embora sejam baseados em hipóteses aparentemente irreconciliáveis, cada um reflete razoavelmente bem um grupo seletivo de propriedades nucleares. Depois de descrevê-los separadamente vamos ver como esses dois modelos podem ser combinados para formar uma única imagem coerente do núcleo atômico.

O Modelo Coletivo

No *modelo coletivo*, formulado por Niels Bohr, os núcleons, movendo-se aleatoriamente no interior do núcleo, interagem fortemente entre si, como as moléculas em uma gota de líquido. Um dado núcleon colide frequentemente com outros núcleons no interior do núcleo, já que seu livre caminho médio é bem menor que o raio nuclear.

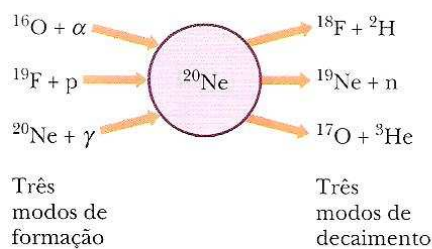


FIG. 42-14 Modos de formação e decaimento do núcleo composto ^{20}Ne .

O modelo coletivo permite correlacionar muitos fatos a respeito das massas e energias de ligação dos núcleos; pode ser usado, por exemplo (como veremos mais adiante), para explicar a fissão nuclear, além de facilitar a análise de um grande número de reações nucleares.

Considere, por exemplo, uma reação nuclear generalizada da forma

$$X + a \rightarrow C \rightarrow Y + b. \quad (42-34)$$

Imaginamos que o projétil a penetra no núcleo alvo X , formando um **núcleo composto** C e transferindo para esse núcleo uma certa energia de excitação. O projétil, talvez um nêutron, começa imediatamente a participar dos movimentos aleatórios que caracterizam as partículas do interior do núcleo. Ele perde rapidamente a identidade, e a energia de excitação da qual era portador passa a ser compartilhada por todos os núcleons de C .

O estado quase-estável representado por C na Eq. 42-34 pode ter uma meia-vida de 10^{-16} s antes de decair em Y e b . Pelos padrões nucleares trata-se de um tempo extremamente longo, cerca de um milhão de vezes maior que o tempo necessário para que um núcleon com uma energia de alguns milhões de elétrons-volts percorra uma distância igual ao diâmetro do núcleo.

Um aspecto importante do modelo coletivo é o fato de que a formação de um núcleo composto e seu decaimento são eventos totalmente independentes. Ao decair o núcleo composto já “esqueceu” o modo como foi formado; por isso, o modo de decaimento não é influenciado pelo modo de formação. Assim, por exemplo, a Fig. 42-14 mostra três modos possíveis de formação do núcleo composto ^{20}Ne e três modos possíveis de decaimento do mesmo núcleo. Qualquer dos três modos de formação pode ser seguido por qualquer dos três modos de decaimento.

O Modelo das Partículas Independentes

No modelo coletivo supomos que os núcleons se movem ao acaso e estão sujeitos a colisões freqüentes com outros núcleons. O *modelo das partículas independentes*, por outro lado, se baseia na hipótese diametralmente oposta, a de que cada núcleon permanece em um estado quântico bem definido no interior do núcleo, praticamente sem colidir com outros núcleons! Ao contrário do átomo, o núcleo não possui um centro de força bem definido; supomos neste modelo que cada núcleon se move em um poço de potencial determinado pelo movimento médio de todos os outros núcleons.

A cada núcleon pertencente a um núcleo, como a cada elétron pertencente a um átomo, podemos atribuir um conjunto de números quânticos que define seu estado de movimento. Além disso, como os elétrons de um átomo os núcleons também obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. Isso significa que no interior de um núcleo não podem existir simultaneamente dois núcleons com os mesmos números quânticos. Sob esse aspecto os prótons e os nêutrons são tratados separadamente, isto é, um próton e um nêutron podem ter o mesmo conjunto de números quânticos.

O fato de que os núcleons obedecem ao princípio de exclusão de Pauli ajuda a explicar a relativa estabilidade dos estados dos núcleons. Para que ocorra uma colisão entre dois núcleons, além de serem obedecidas as leis de conservação da energia e do momento, é preciso que a energia de cada dos núcleons após a colisão corresponda à energia de um estado *desocupado*. Se essa condição não é satisfeita a colisão simplesmente não pode ocorrer. Assim, um núcleon que experimenta repetidas “oportunidades frustradas de colisão” permanece no mesmo estado de movimento por um tempo suficientemente longo para tornar válida a afirmação de que se encontra em um estado quântico bem definido.

No caso dos átomos as repetições das propriedades físicas e químicas que observamos na tabela periódica estão associadas a uma propriedade dos elétrons atômicos: a de se distribuírem em camadas que apresentam uma estabilidade especial quando estão totalmente ocupadas. Podemos considerar os números atômicos dos gases nobres,

$$2, 10, 18, 36, 54, 86, \dots,$$

como *números mágicos eletrônicos* para os quais o átomo possui apenas camadas completas.

Os núcleos apresentam uma propriedade semelhante, à qual correspondem certos **números mágicos nucleares**:

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, \dots$$

Qualquer nuclídeo com um número de prótons Z ou um número de nêutrons N igual a um desses números apresenta uma estabilidade especial, que pode ser demonstrada de várias formas.

Entre os nuclídeos “mágicos” estão o ^{18}O ($Z = 8$), o ^{40}Ca ($Z = 20, N = 20$), o ^{92}Mo ($N = 50$) e o ^{208}Pb ($Z = 82, N = 126$). O ^{40}Ca e o ^{208}Pb são considerados “duplamente mágicos” porque contêm camadas completas de prótons e camadas completas de nêutrons.

O número mágico 2 se manifesta na excepcional estabilidade da partícula alfa (^4He), que, com $Z = N = 2$, é duplamente mágica. Na curva da Fig. 42-6 a energia de ligação por núcleon do ^4He é bem maior que a dos vizinhos na tabela periódica (hidrogênio, lítio e berílio). Na verdade, a partícula alfa é tão estável que é impossível acrescentar a ela um único núcleon: não existe nenhum nuclídeo estável com $A = 5$.

A idéia principal que está por trás do conceito de camada completa é que em um sistema formado por uma camada completa e mais uma partícula basta uma energia relativamente pequena para remover a partícula excedente, mas é necessária uma energia muito maior para remover uma das partículas da camada completa. O átomo de sódio, por exemplo, possui camadas completas de elétrons e mais um elétron. Para remover este elétron do átomo de sódio são necessários 5 eV; entretanto, para remover um *segundo* elétron (que deve ser arrancado de uma camada completa) são necessários 22 eV. No caso dos núcleos, considere o ^{121}Sb ($Z = 51$), que contém camadas completas de núcleons e mais um próton. Para remover este próton bastam 5,8 MeV; para remover um *segundo* próton são necessários 11 MeV. Existem muitos outros indícios experimentais de que os núcleons estão distribuídos em camadas no interior do núcleo e de que essas camadas são particularmente estáveis.

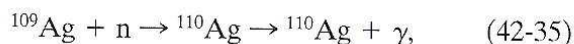
Como vimos no Capítulo 40, a teoria quântica explica os números mágicos eletrônicos como consequência do fato de que cada subcamada de um átomo comporta apenas um certo número de elétrons. Acontece que a partir de certas hipóteses é possível fazer o mesmo com os números mágicos nucleares! O prêmio Nobel de física de 1963 foi concedido a Maria Mayer e Hans Jensen “por descobertas referentes à estrutura de camadas do núcleo”.

Um Modelo Combinado

Considere um núcleo no qual um pequeno número de núcleons gira em torno de um caroço formado por camadas completas contendo números mágicos de nêutrons e/ou prótons. Os núcleons externos ocupam estados quantizados em um poço de potencial estabelecido pelo caroço central, preservando assim a característica principal do modelo de partículas independentes. Os núcleons externos também interagem com o caroço, deformando-o e excitando modos de vibração e rotação no seu interior. Os movimentos do caroço como um todo preservam a característica principal do modelo coletivo. Esse modelo de estrutura nuclear, que combina as hipóteses aparentemente irreconciliáveis do modelo coletivo e do modelo das partículas independentes, permite explicar muitas propriedades dos núcleos.

Exemplo 42-10

Considere a reação de captura de um nêutron



na qual é formado um núcleo composto (^{110}Ag). A Fig. 42-15 mostra a taxa relativa da reação em função da

energia do nêutron incidente. Determine a vida média desse núcleo composto usando o princípio de indeterminação na forma

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar, \quad (42-36)$$

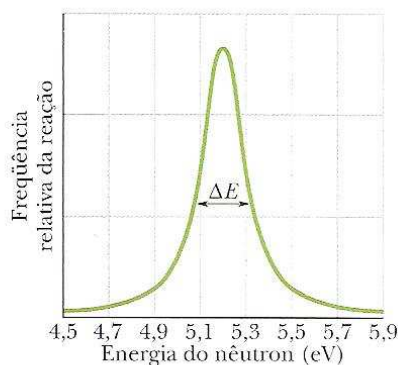


FIG. 42-15 Gráfico do número relativo de reações do tipo descrito pela Eq. 42-35 em função da energia do nêutron incidente. A largura de linha a meia altura ΔE da curva de ressonância é aproximadamente 0,20 eV.

onde ΔE é a indeterminação da energia do estado em que se encontra o núcleo após a reação e Δt é o intervalo de tempo disponível para medir essa energia. Nesse caso, $\Delta t = t_{\text{méd}}$, o tempo médio de vida do estado excitado.

Raciocínio: Vemos que a taxa da reação é máxima quando a energia do nêutron é aproximadamente 5,2 eV. Isso

mostra que estamos lidando com um estado excitado do núcleo ^{110}Ag . Quando a energia do nêutron incidente é igual à diferença de energia entre esse estado e o estado fundamental do ^{110}Ag acontece uma “ressonância”, e a reação é favorecida.

Acontece, porém, que a reação não acontece para uma única energia, mas varia com a energia segundo uma curva cuja largura a meia altura (ΔE na figura) é aproximadamente 0,20 eV. Podemos interpretar a largura desse pico de ressonância como um sinal de que existe uma indeterminação na energia do estado excitado da ordem de $\Delta E = 0,20$ eV.

Cálculo: De acordo com a Eq. 42-36, temos:

$$\Delta t = t_{\text{méd}} \approx \frac{\hbar}{\Delta E} \approx \frac{(4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})/2\pi}{0,20 \text{ eV}} \approx 3 \times 10^{-15} \text{ s.} \quad (\text{Resposta})$$

Esse valor é centenas de vezes maior que o tempo que um nêutron de 0,20 eV leva para percorrer uma distância igual ao diâmetro de um núcleo de ^{109}Ag . Isso significa que o nêutron passa um tempo de 3×10^{-15} s como *parte do* núcleo.

REVISÃO E RESUMO

Os Nuclídeos Existem aproximadamente 2000 **nuclídeos** conhecidos. Cada um é caracterizado por um **número atômico** Z (o número de prótons), um **número de nêutrons** N e um **número de massa** A (o número total de **núcleons**: prótons e nêutrons). Assim, $A = Z + N$. Os nuclídeos com o mesmo número atômico e diferentes números de nêutrons são chamados de **isótopos**. O raio médio dos núcleos é dado por

$$r = r_0 A^{1/3}, \quad (42-3)$$

onde $r_0 \approx 1,2$ fm.

Massa e Energia de Ligação As massas atômicas são frequentemente expressas em termos do **excesso de massa**

$$\Delta = M - A \quad (\text{excesso de massa}), \quad (42-6)$$

onde M é a massa real do átomo em unidades de massa atômica e A é o número de massa do núcleo do átomo. A **energia de ligação** de um núcleo é a diferença

$$\Delta E_{\text{el}} = \Sigma(mc^2) - Mc^2 \quad (\text{energia de ligação}), \quad (42-7)$$

onde $\Sigma(mc^2)$ é a energia de repouso total dos prótons e nêutrons **considerados separadamente**. A **energia de ligação por núcleon** é dada por

$$\Delta E_{\text{eln}} = \frac{\Delta E_{\text{el}}}{A} \quad (\text{energia de ligação por núcleon}). \quad (42-8)$$

Equivalência entre Massa e Energia A energia equivalente a uma unidade de massa atômica (1 u) é 931,494 013 MeV. O gráfico da energia de ligação por núcleon em função do número de massa mostra que os nuclídeos de massa intermediária são os mais estáveis; assim, tanto a fissão de núcleos de grande massa como a fusão de núcleos de pequena massa acarretam uma liberação de energia.

A Força Nuclear A integridade dos núcleos é mantida por uma força de atração entre os núcleons. Acredita-se que essa força é um efeito secundário da **interação forte** a que estão sujeitos os quarks que compõem os núcleons.

Dcaimento Radioativo A maioria dos núcleos conhecidos é radioativa e decai espontaneamente a uma taxa R ($= -dN/dt$) que é proporcional ao número N de átomos radioativos presentes; a constante de proporcionalidade é a **constante de desintegração** λ . Tanto o número N de átomos radioativos como a taxa de decaimento R diminuem exponencialmente com o tempo:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{decaimento radioativo}). \quad (42-15, 42-17, 42-16)$$

A **meia-vida** $T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$ de um nuclídeo radioativo é o tempo necessário para que R (ou N) diminua para metade do valor inicial.

Dcaimento Alfa Alguns nuclídeos decaem emitindo uma partícula alfa (núcleo de hélio, ^4He). Esse decaimento é inibido por uma barreira de potencial que classicamente não pode ser transposta, mas que, de acordo com a física quântica, pode ser atravessada por tunelamento. A probabilidade de atravessar a barreira e a resultante meia-vida para o decaimento alfa são muito sensíveis à energia da partícula alfa no interior do núcleo, que é igual à energia de desintegração.

Dcaimento Beta No **dcaimento beta** um núcleo emite um elétron ou um pósitron, juntamente com um neutrino. A energia de desintegração é compartilhada pelas partículas emitidas. Os elétrons e pósitrons emitidos no decaimento beta podem ter qualquer energia entre praticamente zero e um valor limite $K_{\text{máx}}$ ($= Q = -\Delta m c^2$).

Datação Radioativa Os nuclídeos radioativos naturais podem ser usados para estimar as datas de eventos históricos e pré-históricos. Assim, por exemplo, muitas vezes é possível estimar a idade de uma substância de origem orgânica medindo o teor de ^{14}C e datar rochas com o auxílio do isótopo radioativo ^{40}K .

Medida da Dose de Radiação Três unidades são usadas para descrever a exposição a radiações ionizantes. O **becquerel** (1 Bq = 1 decaimento por segundo) mede a **atividade** de uma fonte. A quantidade de energia absorvida por um corpo é medida em **grays**, com 1 Gy correspondendo a 1 J/kg. O efeito biológico estimado da energia absorvida é medido em **sieverts**; uma dose de 1 Sv causa o mesmo efeito biológico qualquer que seja o tipo de radiação envolvido.

Modelos Nucleares O **modelo coletivo** da estrutura nuclear supõe que os núcleos colidem freqüentemente e que **núcleos compostos** se formam quando um núcleo captura um projétil. A formação de um núcleo composto e o decaimento deste núcleo são considerados eventos independentes.

O **modelo das partículas independentes** da estrutura nuclear supõe que os núcleons se movem de forma independente, sem sofrer colisões, em estados quantizados. O modelo prevê a existência de níveis quantizados de energia para os núcleons e **números mágicos** de núcleons (2, 8, 20, 28, 50, 82 e 126) associados a camadas completas. Os nuclídeos que possuem um número mágico de prótons e/ou de nêutrons são particularmente estáveis.

O **modelo combinado**, no qual alguns núcleons ocupam estados quantizados do lado de fora de um caroço formado por camadas completas, permite explicar muitas das propriedades dos núcleos.

PERGUNTAS

1 (a) Se a partícula alfa do Exemplo 42-1 for substituída por um próton com a mesma energia cinética inicial, a distância mínima a que o próton chega do núcleo será maior, menor ou igual? (b) Se o núcleo de ouro do Exemplo 42-1 for substituído por um núcleo com um valor maior de Z , a distância mínima a que a partícula alfa chega do núcleo será maior, menor ou igual?

2 Um certo nuclídeo é considerado particularmente estável. Sua energia de ligação por núcleon está ligeiramente acima ou ligeiramente abaixo da curva de energia de ligação da Fig. 42-6?

3 O nuclídeo ^{244}Pu ($Z = 94$) é um emissor de partículas alfa. Qual é o núcleo resultante do decaimento: ^{240}Np ($Z = 93$), ^{240}U ($Z = 92$), ^{248}Cm ($Z = 96$) ou ^{244}Am ($Z = 95$)?

4 A Fig. 42-16 mostra a curva da energia de ligação por núcleon ΔE_{eln} em função do número de massa A . Três isótopos estão indicados. Coloque-os na ordem da energia necessária para remover um núcleo do isótopo, começando pela maior.

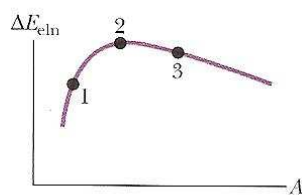


FIG. 42-16 Pergunta 4.

5 O radionuclídeo ^{196}Ir decai emitindo um elétron. (a) Em que quadrado da Fig. 42-5 está o núcleo resultante? (b) O núcleo resultante sofre outro decaimento?

6 O excesso de massa da uma partícula alfa (medido com uma régua na Fig. 42-12) é maior ou menor que a energia de ligação total da partícula (calculada a partir da energia de ligação por núcleon da Fig. 42-6)?

7 No instante $t = 0$ uma amostra do radionuclídeo A tem a mesma taxa de decaimento que uma amostra do radionuclídeo B no instante $t = 30$ min. As constantes de desintegração são λ_A e λ_B , com $\lambda_A < \lambda_B$. Existe algum instante no qual a taxa de decaimento é a mesma para as duas amostras? (Sugestão: Faça um gráfico das atividades das duas amostras em função do tempo.)

8 A Fig. 42-17 é um gráfico no número de massa A em função

do número atômico Z . A posição de um certo núcleo no gráfico está indicada por um ponto. Qual das setas que partem do ponto representa uma reação na qual o núcleo sofre (a) um decaimento β^- e (b) um decaimento α ?

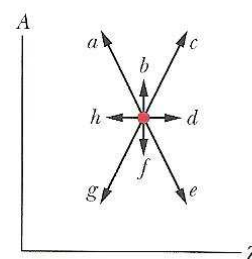


FIG. 42-17 Pergunta 8.

9 No instante $t = 0$ uma amostra do radionuclídeo A tem uma taxa de decaimento duas vezes maior que uma amostra do radionuclídeo B . As constantes de desintegração são λ_A e λ_B , com $\lambda_A > \lambda_B$. Existe algum instante no qual a taxa de decaimento é a mesma para as duas amostras?

10 A Fig. 42-18 mostra a atividade de três amostras radioativas em função do tempo. Coloque as amostras na ordem (a) da meia-vida e (b) da constante de desintegração, começando pela maior. [Sugestão: No caso do item (a) use uma régua para extrair informações do gráfico.]

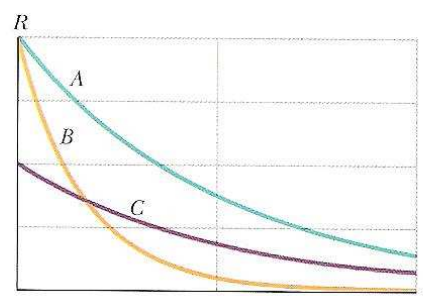


FIG. 42-18 Pergunta 10.

11 No instante $t = 0$ começamos a observar dois núcleos radioativos iguais, com uma meia-vida de 5 min. No instante $t = 1$ min

um dos núcleos decai. Depois desse evento a probabilidade de que o segundo núcleo decaia nos 4 min seguintes aumenta, diminui ou permanece a mesma?

12 Se a massa de uma amostra radioativa é multiplicada por dois (a) a atividade da amostra aumenta, diminui ou permanece constante? (b) A constante de desintegração aumenta, diminui ou permanece constante?

13 Como foi visto na Seção 42-9, os números mágicos de núcleons são 2, 8, 20, 28, 50, 82 e 126. Um nuclídeo é mágico (isto é, especialmente estável) (a) se apenas o número de massa A for igual a um número mágico; (b) se apenas o número atômico Z for igual a um número mágico; (c) se apenas o número de nêutrons N for igual a um número mágico ou (d) Z for igual a um número

mágico, N for igual a um número mágico ou Z e N forem iguais a um número mágico?

14 O radionuclídeo ^{49}Sc tem uma meia-vida de 57,0 minutos. Em uma certa amostra que contém esse nuclídeo o número de contagens por minuto no instante $t = 0$ é 6000 contagens/min a mais que a atividade de fundo, que é de 30 contagens/min. Sem fazer nenhum cálculo, determine se o número de contagens por minuto da amostra será aproximadamente igual à atividade de fundo após 3 h, 7 h, 10 h ou um tempo muito maior que 10 h.

15 (a) Quais dos nuclídeos a seguir são mágicos: ^{122}Sn , ^{132}Sn , ^{98}Cd , ^{198}Au , ^{208}Pb ? (b) Quais desses nuclídeos são duplamente mágicos?

PROBLEMAS

• - ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

 Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008

seção 42-2 A Descoberta do Núcleo

•1 Um núcleo de ^7Li com uma energia cinética de 3,00 MeV se choca com um núcleo de ^{232}Th . Qual é a menor distância entre os centros dos dois núcleos, supondo que o núcleo de ^{232}Th (cuja massa é muito maior) permanece imóvel durante a colisão?

•2 Calcule a distância de máxima aproximação para uma colisão frontal entre uma partícula alfa de 5,30 MeV e o núcleo de um átomo de cobre.

••3 Quando uma partícula alfa colide elasticamente com um núcleo este sofre um recuo. Suponha que uma partícula alfa de 5,00 MeV sofre uma colisão elástica frontal com um núcleo de ouro que se encontra inicialmente em repouso. Qual é a energia cinética após a colisão (a) do núcleo; (b) da partícula alfa?

••4 Uma partícula alfa sofre uma colisão frontal com um núcleo de alumínio. As duas partículas são aproximadamente esféricas. Qual deve ser a energia da partícula alfa para ficar momentaneamente em repouso no instante em que sua “superfície” entra em contato com a “superfície” do núcleo de alumínio? Suponha que o núcleo de alumínio permanece estacionário durante todo o processo.

••5 Um núcleo de Li com uma energia cinética inicial de 10,2 MeV sofre uma colisão frontal com um núcleo de Ds. Qual é a distância entre o centro do núcleo de Li e o centro do núcleo de Ds no instante em que o núcleo de Li fica momentaneamente em repouso? Suponha que o núcleo de Ds permanece em repouso durante todo o processo.

seção 42-3 Propriedades dos Núcleos

•6 Qual é o excesso de massa Δ_1 do ^1H (cuja massa real é 1,007 825 u) (a) em unidades de massa atômica e (b) em MeV/c^2 ? Qual é o excesso de massa Δ_n do nêutron (cuja massa real é 1,008 665 u) (c) em unidades de massa atômica e (d) em MeV/c^2 ? Qual é o excesso de massa Δ_{120} do ^{120}Sn (cuja massa real é 119,902 197 u) (e) em unidades de massa atômica e (f) em MeV/c^2 ?

•7 O nuclídeo ^{14}C contém (a) quantos prótons? (b) Quantos nêutrons?

•8 A energia potencial elétrica de uma esfera uniforme de carga q e raio r é dada por

$$U = \frac{3q^2}{20\pi\epsilon_0 r}$$

(a) Essa energia representa uma tendência da esfera de se contrair ou de se dilatar? O nuclídeo ^{239}Pu tem a forma de uma esfera com 6,64 fm de raio. Para esse nuclídeo, determine (b) a energia potencial elétrica U , (c) a energia potencial elétrica por próton e (d) a energia potencial elétrica por núcleon. A energia de ligação por núcleon desse nuclídeo é 7,56 MeV. (e) Por que a energia de ligação é elevada se as respostas dos itens (c) e (d) são valores altos e positivos?

•9 Uma estrela de nêutrons é um corpo celeste com uma massa específica da mesma ordem que a da matéria nuclear, calculada no Exemplo 42-2. Suponha que o Sol se transforme em uma estrela de nêutrons mantendo a massa que possui atualmente. Qual é o novo raio do Sol?

•10 O grande excesso de nêutrons ($N - Z$) nos núcleos pesados é ilustrado pelo fato de que raramente a fissão de um núcleo pesado ocorre sem que alguns nêutrons sejam ejetados. Considere, por exemplo, a fissão espontânea de um núcleo de ^{235}U em dois *núcleos-filhos* estáveis de números atômicos 39 e 53. Depois de consultar o Apêndice F, determine o nome (a) do primeiro núcleo-filho e (b) do segundo núcleo-filho. De acordo com a Fig. 42-4, quantos nêutrons existem, aproximadamente, (c) no primeiro núcleo-filho e (d) no segundo núcleo-filho? (e) Quantos nêutrons, aproximadamente, são ejetados?

•11 Determine a massa específica nuclear ρ_m (a) do nuclídeo ^{55}Mn (moderadamente leve) e (b) do nuclídeo ^{209}Bi (moderadamente pesado). (c) Compare as respostas dos itens (a) e (b). A diferença parece razoável? Justifique sua resposta. Determine a densidade de carga nuclear ρ_q (d) do ^{55}Mn e (e) do ^{209}Bi . (f) Compare as respostas dos itens (d) e (e). A diferença parece razoável? Justifique sua resposta.

•12 (a) Mostre que uma expressão aproximada para a massa M de um átomo é $M_{\text{ap}} = Am_p$, onde A é o número de massa e m_p é a massa do próton. Para os nuclídeos (b) ^1H , (c) ^{31}P , (d) ^{120}Sn , (e) ^{197}Au e (f) ^{239}Pu , use as massas da Tabela 42-1 para calcular o erro percentual cometido ao usar essa expressão:

$$\text{erro percentual} = \frac{M_{\text{ap}} - M}{M} 100.$$

(g) Esta fórmula é suficientemente precisa para ser usada nos cálculos da energia de ligação dos núcleos?

••13 O raio de um núcleo pode ser determinado a partir de uma análise dos resultados do espalhamento de elétrons de alta energia pelo núcleo. (a) Qual é o comprimento de onda de de Broglie de um elétron de 200 MeV? (b) Um elétron com essa energia é apropriado para esse tipo de estudo?

••14 Uma moeda pequena tem uma massa de 3,0 g. Calcule a energia que seria necessária para separar todos os nêutrons e prótons da moeda. Para facilitar os cálculos, suponha que a moeda é feita inteiramente de átomos de ^{63}Cu (de massa 62,929 60 u). As massas do próton e do nêutron são 1,007 83 u e 1,008 66 u, respectivamente.

••15 Uma tabela periódica pode mostrar a massa atômica do magnésio como sendo 24,312 u. Esse valor é a *média ponderada* das massas atômicas dos isótopos naturais do magnésio de acordo com sua abundância natural na Terra. Os três isótopos e suas massas são o ^{24}Mg (23,985 04 u), o ^{25}Mg (25,985 84 u) e o ^{26}Mg (25,982 59 u). A abundância natural do ^{24}Mg é 78,99% em massa (ou seja, 78,99% da massa de uma amostra natural de magnésio se deve à presença de ^{24}Mg). Calcule a abundância natural (a) do ^{25}Mg e (b) do ^{26}Mg .

••16 Uma partícula α (núcleo de ^4He) foi desintegrada em várias etapas. Determine a energia (trabalho) necessária para cada etapa: (a) remover um próton; (b) remover um nêutron; (c) separar o próton e o nêutron restantes. Determine, para uma partícula α , (d) a energia de ligação total e (e) a energia de ligação por núcleon. (f) As respostas dos itens (e) e (f) estão de acordo com as respostas dos itens (a), (b) e (c)? As massas necessárias para realizar os cálculos são as seguintes:

^4He	4,002 60 u	^2H	2,014 10 u
^3H	3,016 05 u	^1H	1,007 83 u
n	1,008 67 u		

••17 Mostre que o valor da energia de ligação por núcleon dado na Tabela 42-1 para o ^{239}Pu está correto. A massa do átomo é 239,052 16 u.

••18 Qual é a energia de ligação por núcleon do ^{262}Bh ? A massa do átomo é 262,1231 u.

••19 (a) Mostre que a energia de ligação total E_{cl} de um núclídeo é dada por

$$E_{\text{cl}} = Z\Delta_{\text{H}} + N\Delta_{\text{n}} - \Delta,$$

onde Δ_{H} é o excesso de massa do ^1H , Δ_{n} é o excesso de massa do nêutron e Δ é o excesso de massa do núclídeo. (b) Usando esse método, calcule a energia de ligação por núcleon do ^{197}Au . Compare o resultado com o valor que aparece na Tabela 42-1. Os excessos de massa necessários para realizar o cálculo, arredondados para três algarismos significativos, são os seguintes: $\Delta_{\text{H}} = +7,29$ MeV, $\Delta_{\text{n}} = +8,07$ MeV, $\Delta_{197} = -31,2$ MeV. Observe que os cálculos se tornam muito mais simples quando os excessos de massa são usados em lugar das massas.

••20 Qual é a energia de ligação por núcleon do isótopo do rutherfordio ^{259}Rf ? Seguem algumas massas atômicas e a massa do nêutron.

$^{259}_{104}\text{Rf}$	259,105 63 u	^1H	1,007 825 u
n	1,008 665 u		

••21 (a) Mostre que a energia associada à interação forte entre núcleons no interior de um núcleo é proporcional a A , o número de massa do núcleo em questão. (b) Mostre que a energia associada à interação eletrostática entre os prótons de um núcleo é proporcional a $Z(Z - 1)$. (c) Mostre que quando consideramos núcleos cada vez maiores (veja a Fig. 42-4) a energia associada à interação eletrostática aumenta mais rapidamente que a energia associada à interação forte.

••22 Qual é a energia de ligação por núcleon do isótopo do európio ^{152}Eu ? Seguem algumas massas atômicas e a massa do nêutron.

$^{152}_{63}\text{Eu}$	151,921 742 u	^1H	1,007 825 u
n	1,008 665 u		

••23 Como o nêutron não possui carga elétrica não é possível medir sua massa usando um espectrômetro de massa. Quando um nêutron e um próton se encontram (supondo que ambos estejam quase estacionários) combinam-se para formar um dêuteron, emitindo um raio gama cuja energia é 2,2233 MeV. As massas do próton e do dêuteron são 1,007 276 467 u e 2,013 553 212 u, respectivamente. Determine a massa do nêutron a partir desses dados.

••24 Qual é a energia de ligação por núcleon do isótopo do amerício $^{244}_{95}\text{Am}$? Seguem algumas massas atômicas e a massa do nêutron.

$^{244}_{95}\text{Am}$	244,064 279 u	^1H	1,007 825 u
n	1,008 665 u		

seção 42-4 Decaimento Radioativo

••25 Considere uma amostra inicialmente pura de ^{67}Ga , um isótopo com uma meia-vida de 78 h. (a) Qual é a taxa de decaimento inicial? (b) Qual é a taxa de decaimento 48 horas depois?

••26 A meia-vida de um certo isótopo radioativo é 6,5 horas. Se existem inicialmente 48×10^{19} átomos do isótopo, quantos átomos existem após 26 horas?

••27 Um isótopo radioativo do mercúrio, ^{197}Hg , se transforma em ouro, ^{197}Au , com uma constante de desintegração de $0,0108 \text{ h}^{-1}$. (a) Calcule a meia-vida do isótopo. Que fração de uma amostra continua a existir após (b) três meias-vidas; (c) 10,0 dias?

••28 Quando testes nucleares eram realizados na atmosfera as explosões injetavam poeira radioativa na atmosfera superior. A circulação do ar espalhava a poeira pelo mundo inteiro antes que se precipitasse no solo e na água. Um dos testes foi realizado em outubro de 1976. Que fração do ^{90}Sr produzido por essa explosão ainda existia em outubro de 2006? A meia-vida do ^{90}Sr é 29 anos.

••29 Um núclídeo radioativo tem uma meia-vida de 30,0 anos. Que fração de uma amostra inicialmente pura desse núclídeo permanece intacta após (a) 60 anos; (b) 90 anos?

••30 A meia-vida de um isótopo radioativo é 140 dias. Quantos dias são necessários para que a taxa de decaimento de uma amostra do isótopo diminua para um quarto do valor inicial?

••31 As células cancerosas são mais vulneráveis aos raios X e aos raios gama que as células normais. No passado os tratamentos de radioterapia utilizavam o ^{60}Co , que decai, com uma meia-vida de 5,27 anos, em um estado nuclear excitado de ^{60}Ni . Esse isótopo do níquel imediatamente emite dois fótons de raios gama, cada um com uma energia de aproximadamente 1,2 MeV. Quantos núcleos de ^{60}Co existem em uma fonte de 6000 Ci do tipo usado

nos hospitais? (Hoje em dia os tratamentos de radioterapia quase sempre são feitos com aceleradores lineares.)

••32 O isótopo de plutônio ^{239}Pu é um subproduto dos reatores nucleares, e por isso está se acumulando na Terra. O ^{239}Pu é radioativo, com uma meia-vida de $2,41 \times 10^4$ anos. (a) Quantos núcleos de Pu existem em uma dose quimicamente letal de 2,00 mg? (b) Qual é a taxa de decaimento dessa quantidade de plutônio?

••33 Uma cápsula radioativa contendo uma substância que será usada para tratar um paciente internado em um hospital é preparada em um laboratório vizinho. A substância tem uma meia-vida de 83,61 h. Qual deve ser a atividade inicial para que a atividade seja de $7,4 \times 10^8$ Bq quando a cápsula for usada no tratamento, 24 h depois?

••34 O nuclídeo radioativo ^{99}Tc pode ser injetado no sistema circulatório de um paciente para monitorar o fluxo sanguíneo, medir o volume de sangue ou localizar um tumor, entre outras coisas. O nuclídeo é produzido em um hospital por uma “vaca” que contém ^{99}Mo , um nuclídeo radioativo que se transforma em ^{99}Tc com uma meia-vida de 67 h. Uma vez por dia a “vaca” é ordenhada para extrair o ^{99}Tc , que é produzido pelo ^{99}Mo em um estado excitado; o ^{99}Tc decai para o estado fundamental emitindo um raio gama, que é registrado por detectores colocados em torno do paciente. Esse decaimento tem uma meia-vida de 6,0 h. (a) Através de que processo o ^{99}Mo decai para ^{99}Tc ? (b) Se um paciente recebe uma injeção de ^{99}Tc com uma atividade de $8,2 \times 10^7$ Bq, quantos raios gama são produzidos por segundo no interior do corpo logo após a injeção? (c) Se a taxa de emissão de raios gama em um pequeno tumor que concentrou o ^{99}Tc é 38 por segundo em um determinado momento, quantos átomos de ^{99}Tc no estado excitado existem no tumor nesse momento?

••35 Em 1902, depois de muito trabalho, Marie e Pierre Curie conseguiram extrair do minério de urânio a primeira quantidade palpável de rádio, um decigrama de RaCl_2 puro. Tratava-se do isótopo radioativo ^{226}Ra , que tem uma meia-vida de 1600 anos. (a) Quantos núcleos de rádio havia na amostra preparada pelo casal? (b) Qual era a taxa de decaimento da amostra, em desintegrações por segundo?

••36 A Fig. 42-19 mostra o decaimento de uma amostra radioativa. A escala dos eixos é definida por $N_s = 2,00 \times 10^6$ e $t_s = 10,0$ s. Qual é a atividade da amostra no instante $t = 27,0$ s?

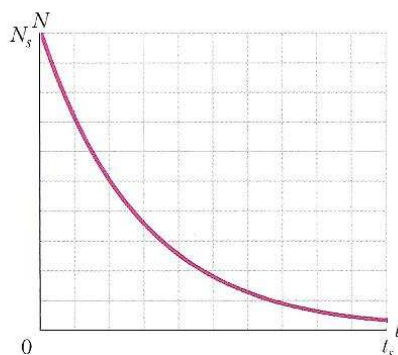


FIG. 42-19 Problema 36.

••37 Em 1992 a polícia suíça deteve dois homens que estavam tentando contrabandear ósmio para fora da Europa Oriental para vender o produto no mercado negro. Por engano, porém, os contrabandistas haviam roubado um carregamento de ^{137}Cs .

Segundo as notícias, cada contrabandista levava *no bolso* uma cápsula contendo 1,0 g de ^{137}Cs . Qual era a atividade de uma das cápsulas (a) em becquerels e (b) em curies? O ^{137}Cs tem uma meia-vida de 30,2 anos. (A atividade dos radioisótopos usados em hospitais é da ordem de alguns milicuries.)

••38 Qual é a atividade de uma amostra de 20 ng de ^{92}Kr , que possui uma meia-vida de 1,84 s?

••39 Uma amostra de 1,0 g de samário emite partículas alfa à taxa de 120 partículas/s. O isótopo responsável é o ^{147}Sm , cuja abundância natural é 15,0%. Calcule a meia-vida desse isótopo.

••40 Uma dose de $8,60 \mu\text{Ci}$ de um isótopo radioativo é injetada em um paciente. O isótopo tem uma meia-vida de 3,0 h. Quantos átomos do isótopo radioativo foram injetados?

••41 O radionuclídeo ^{64}Cu tem uma meia-vida de 12,7 h. Se no instante $t = 0$ uma amostra contém 5,50 g de ^{64}Cu inicialmente puro, quantas gramas de ^{64}Cu se desintegram entre $t = 14,0$ h e $t = 16,0$ h?

••42 Uma fonte contém dois radionuclídeos de fósforo, ^{32}P ($T_{1/2} = 14,3$ d) e ^{33}P ($T_{1/2} = 25,3$ d). Inicialmente o ^{33}P é responsável por 10,0% dos decaimentos. Depois de quanto tempo o ^{33}P é responsável por 90,0% dos decaimentos?

••43 Um certo radionuclídeo está sendo fabricado em um ciclotron a uma taxa constante R ; ao mesmo tempo está decaindo com uma constante de desintegração λ . Suponha que o radionuclídeo vem sendo fabricado durante um tempo muito maior que sua meia-vida. (a) Mostre que nessas condições o número de núcleos radioativos presentes permanece constante e é dado por $N = R/\lambda$, independentemente do número de núcleos radioativos inicialmente presentes. Em uma situação como essa dizemos que o nuclídeo está em *equilíbrio secular* com sua fonte; a taxa de decaimento é igual à taxa de produção.

••44 O isótopo do plutônio ^{239}Pu decai emitindo uma partícula alfa, com uma meia-vida de 24 100 anos. Quantos miligramas de hélio estão presentes em uma amostra de 12,0 g de ^{239}Pu , inicialmente pura, após 20 000 anos? (Considere apenas o hélio produzido diretamente pelo decaimento do plutônio.)

••45 O radionuclídeo ^{56}Mn tem uma meia-vida de 2,58 h e é produzido em um ciclotron através do bombardeio de um alvo de manganês com dêuterons. O alvo contém apenas o isótopo estável do manganês ^{55}Mn , e a reação que produz o ^{56}Mn é a seguinte:



Depois de ser bombardeado por um tempo muito maior que a meia-vida do ^{56}Mn a atividade do ^{56}Mn produzido no alvo atinge o valor-limite de $8,88 \times 10^{10}$ Bq. Nessa situação, (a) qual é a taxa de produção de núcleos de ^{56}Mn ? (b) Quantos núcleos de ^{56}Mn estão presentes no alvo? (c) Qual é a massa total desses núcleos?

••46 Calcule a massa de uma amostra (inicialmente pura) de ^{40}K com uma taxa de decaimento inicial de $1,70 \times 10^5$ desintegrações/s. O isótopo tem uma meia-vida de $1,28 \times 10^9$ anos.

••47 O ar de algumas cavernas contém uma concentração significativa do gás radônio, que pode produzir câncer do pulmão se for respirado por muito tempo. Entre as cavernas inglesas a mais contaminada com radônio tem uma atividade de $1,55 \times 10^5$ Bq por metro cúbico de ar. Suponha que um explorador passe dois dias inteiros no interior dessa caverna. Quantos átomos de ^{222}Rn são inalados e exalados durante este período? O radionuclídeo ^{222}Rn tem uma meia-vida de 3,82 dias. (Para resolver o problema é preciso estimar a capacidade pulmonar e a taxa média de respiração do explorador.)

seção 42-5 Decaimento Alfa

•48 Qual é o valor da energia liberada quando um núcleo de ^{238}U decai emitindo (a) uma partícula alfa e (b) uma sequência de nêutron, próton, nêutron, próton? (c) Mostre, através de argumentos teóricos e de cálculos numéricos, que a diferença entre os valores calculados dos itens (a) e (b) é igual à energia de ligação da partícula alfa. (d) Determine a energia de ligação. Os dados necessários são os seguintes:

^{238}U	238,050 79 u	^{234}Th	234,043 63 u
^{237}U	237,048 73 u	^4He	4,002 60 u
^{236}Pa	236,048 91 u	^1H	1,007 83 u
^{235}Pa	235,045 44 u	n	1,008 66 u

•49 Os núcleos muito pesados são os mais sujeitos a decaimento alfa. Assim, por exemplo, o isótopo mais estável do urânio, o ^{238}U , decai por decaimento alfa com uma meia-vida de $4,5 \times 10^9$ anos. Outros núclídeos que sofrem o mesmo tipo de decaimento são o ^{244}Pu , o isótopo mais estável do plutônio, com uma meia-vida de $8,0 \times 10^7$ anos, e o ^{248}Cm , o isótopo mais estável do cúrio, com uma meia-vida de $3,4 \times 10^5$ anos. Em um intervalo de tempo no qual metade dos átomos de uma amostra de ^{238}U decai, que fração dos átomos resta em amostras (a) de ^{244}Pu e (b) de ^{248}Cm ?

•50 Em raros casos um núcleo pode decair emitindo uma partícula de massa maior que uma partícula alfa. Considere os decaimentos

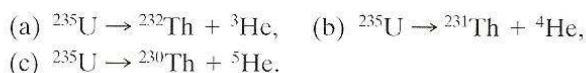


Calcule o valor de Q (a) para o primeiro decaimento e (b) para o segundo decaimento e verifique que ambos são energeticamente possíveis. (c) A altura da barreira de Coulomb para a emissão de uma partícula alfa é 30,0 MeV. Qual é a altura da barreira para a emissão de ^{14}C ? Os dados necessários são os seguintes:

^{223}Ra	223,018 50 u	^{14}C	14,003 24 u
^{209}Pb	208,981 07 u	^4He	4,002 60 u
^{219}Rn	219,009 48 u		

•51 Um núcleo de ^{238}U emite uma partícula alfa de 4,196 MeV. Calcule a energia de desintegração Q para esse processo, levando em conta a energia de recuo do núcleo residual de ^{234}Th .

•52 Os radionuclídeos pesados emitem partículas alfa em vez de outras combinações de núcleons porque as partículas alfa formam uma estrutura particularmente estável. Para confirmar essa tese calcule as energias de desintegração para as reações hipotéticas a seguir, e discuta os resultados:



Os dados necessários são os seguintes:

^{232}Th	232,0381 u	^3He	3,0160 u
^{231}Th	231,0363 u	^4He	4,0026 u
^{230}Th	230,0331 u	^5He	5,0122 u
^{235}U	235,0429 u		

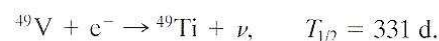
seção 42-6 Decaimento Beta

•53 Um nêutron livre decai de acordo com a Eq. 42-26. Se a diferença de massa entre o nêutron e o átomo de hidrogênio é 840 μu , qual é a máxima energia cinética $K_{\text{máx}}$ do elétron emitido?

•54 Um elétron é emitido por um nuclide de massa intermediária ($A = 150$, por exemplo) com uma energia cinética de 1,0 MeV. (a) Qual é o comprimento de onda de de Broglie do elétron? (b) Calcule o raio do núcleo responsável pela emissão. (c) Um elétron com essas características pode ser confinado em uma “caixa” com as mesmas dimensões do núcleo? (d) É possível usar o resultado do item (c) para rejeitar a hipótese (já descartada) de que existem elétrons permanentemente no interior do núcleo?

•55 O isótopo do cério ^{137}Cs é produzido nas explosões nucleares. Como decai para ^{137}Ba com uma meia-vida relativamente longa (30,2 anos), liberando uma quantidade considerável de energia no processo, é considerado muito perigoso. As massas atômicas do ^{137}Cs e do ^{137}Ba são 136,9071 e 136,9058 u, respectivamente; calcule a energia total liberada no decaimento de um átomo de ^{137}Cs .

•56 Alguns radionuclídeos decaem capturando um dos elétrons atômicos, que pode pertencer à camada K ou (mais raramente) à camada L . Um exemplo desse tipo de reação é

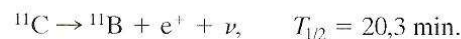


Mostre que a energia de desintegração Q para esse processo, supondo que o elétron capturado pertencia à camada K , é dado por

$$Q = (m_V - m_{\text{Ti}})c^2 - E_K,$$

onde m_V e m_{Ti} são as massas atômicas do ^{49}V e do ^{49}Ti , respectivamente, e E_K é a energia de ligação de um elétron da camada K do vanádio. (Sugestão: Chame as massas nucleares correspondentes de m_V e m_{Ti} e proceda como no Exemplo 42-7.)

•57 O radionuclídeo ^{11}C decai através da seguinte reação:



A energia máxima do pósitron emitido é 0,960 MeV. (a) Mostre que a energia de desintegração para esse processo é dada por

$$Q = (m_C - m_B - 2m_e)c^2,$$

onde m_C e m_B são as massas atômicas do ^{11}C e do ^{11}B , respectivamente, e m_e é a massa do pósitron. (b) Dadas as massas $m_C = 11,011\,424 \text{ u}$, $m_B = 11,009\,305 \text{ u}$ e $m_e = 0,000\,548\,6 \text{ u}$, calcule o valor de Q e compare-o com a máxima energia do pósitron emitido. (Sugestão: Chame as massas nucleares de m_C e m_B e proceda como no Exemplo 42-7. Observe que no decaimento beta mais, ao contrário do que acontece no decaimento beta menos, é preciso levar em conta explicitamente a massa da partícula emitida.)

•58 Dois núclídeos que são instáveis em relação ao decaimento alfa, o ^{238}U e o ^{232}Th , e um que é instável em relação ao decaimento beta, o ^{40}K , são suficientemente abundantes no granito para contribuírem significativamente para o aquecimento da Terra. Os isótopos que emitem partículas alfa dão origem a cadeias de decaimentos que resultam na formação de isótopos estáveis do chumbo. O isótopo ^{40}K sofre apenas um decaimento beta. (Suponha que esse é o único modo de decaimento desse isótopo.) Os dados relevantes são os seguintes:

Nuclídeo Inicial	Modo de Decaimento	Meia-vida (anos)	Nuclídeo Final	Q (MeV)	f (ppm)
^{238}U	α	$4,47 \times 10^9$	^{206}Pb	51,7	4
^{232}Th	α	$1,41 \times 10^{10}$	^{208}Pb	42,7	13
^{40}K	β	$1,28 \times 10^9$	^{40}Ca	1,31	4

Na tabela, Q é a energia total liberada em toda a cadeia de decaimentos e f é a abundância do isótopo em quilogramas por quilograma de granito; ppm significa partes por milhão. (a) Mostre que esses isótopos produzem energia à taxa de $1,0 \times 10^{-9}$ W por quilograma de granito. (b) Supondo que existam $2,7 \times 10^{22}$ kg de granito em uma casca esférica de 20 km de espessura na superfície da Terra, estime a potência associada a esses processos de decaimento. Compare essa potência com a potência solar recebida pela Terra, $1,7 \times 10^{17}$ W.

•••59 O radionuclídeo ^{32}P decai para ^{32}S de acordo com a Eq. 42-24. Em um desses decaimentos é emitido um elétron de 1,71 MeV, o valor máximo possível para a energia cinética do elétron. Qual é a energia cinética do ^{32}S após a emissão? (Sugestão: No caso do elétron é necessário usar as expressões relativísticas da energia cinética e do momento linear; no caso do ^{32}S , que se move muito mais devagar, não há problema em usar as expressões clássicas.)

seção 42-7 Datação Radioativa

•60 Em uma amostra de 5,00 g de carvão vegetal, proveniente dos restos de uma antiga fogueira, o ^{14}C tem uma atividade de 63,0 desintegrações/min. Em uma árvore viva o ^{14}C tem uma atividade de 15,3 desintegrações/g $\cdot$ min. O ^{14}C possui uma meia-vida de 5730 anos. Qual é a idade da amostra?

•61 O ^{238}U decai para ^{206}Pb com uma meia-vida de $4,47 \times 10^9$ anos. Embora esse decaimento ocorra em várias etapas, a meia-vida da primeira dessas etapas é muito maior do que as das etapas subsequentes; assim, podemos supor que esse decaimento leva diretamente ao chumbo e escrever:



Uma certa rocha contém 4,20 mg de ^{238}U e 2,135 mg de ^{206}Pb . Estudos geológicos revelam que a rocha provavelmente não continha chumbo na época em que se formou, de modo que todo o chumbo presente pode ser atribuído ao decaimento do urânio. Quantos átomos de (a) ^{238}U e (b) ^{206}Pb contém a rocha? (c) Quantos átomos de ^{238}U a rocha continha na época em que se formou? (d) Qual é a idade da rocha?

••62 Estima-se que uma rocha tem uma idade de 260 milhões de anos. Se a rocha contém 3,70 mg de ^{238}U , quantos miligramas de ^{206}Pb deve conter? Veja o Problema 61.

••63 Uma rocha extraída do subsolo contém 0,86 mg de ^{238}U , 0,15 mg de ^{206}Pb e 1,6 mg de ^{40}Ar . Quantos miligramas de ^{40}K deve conter a rocha? Suponha que o ^{40}K decai apenas para ^{40}Ar com uma meia-vida de $1,25 \times 10^9$ anos. Suponha também que o ^{238}U tem uma meia-vida de $4,47 \times 10^9$ anos.

•••64 O isótopo ^{40}K pode se transformar em ^{40}Ca ou em ^{40}Ar ; suponha que nos dois casos a meia-vida é $1,26 \times 10^9$ anos. A razão entre o número de átomos de Ca produzidos e o número de átomos de Ar produzidos é 8,54. Uma amostra, que continha inicialmente apenas ^{40}K , agora contém quantidades iguais de ^{40}K e ^{40}Ar . Qual é a idade da amostra? (Sugestão: Analise o problema da mesma forma que qualquer problema de datação radioativa, mas levando em conta o fato de que existem dois produtos do decaimento em vez de apenas um.)

seção 42-8 Medida da Dose de Radiação

•65 Uma amostra orgânica com uma massa de 4,00 kg absorve uma energia de 2,00 mJ proveniente de nêutrons lentos (RBE = 5). Qual é a dose equivalente em mSv?

•66 Um detector de radiação registra 8700 contagens em 1,00 min. Supondo que o detector tenha registrado todos os decai-

mentos, determine a atividade da fonte de radiação (a) em becquerels e (b) em curies.

•67 O nuclídeo ^{198}Au , com uma meia-vida de 2,70 d, é usado no tratamento do câncer. Qual é a massa desse nuclídeo necessária para produzir uma atividade de 250 Ci?

••68 Um indivíduo de 75 kg recebe uma dose de corpo inteiro de $2,4 \times 10^{-4}$ Gy na forma de partículas alfa com um fator RBE de 12. Determine (a) a energia absorvida em joules; (b) a dose equivalente (b) em sieverts e (c) em rem.

••69 Um operário de 85 kg, que trabalha em um reator regenerador, ingere acidentalmente 2,5 mg de ^{239}Pu em pó. O ^{239}Pu tem uma meia-vida de 24 100 anos e é um emissor alfa. A energia das partículas alfa emitidas é 5,2 MeV, com um fator RBE de 13. Supondo que o plutônio permanece por 12 h no corpo do operário e que 95% das partículas alfa emitidas são absorvidas pelos tecidos do corpo, determine (a) o número de átomos de plutônio ingeridos; (b) o número de átomos que decaem durante o tempo que o plutônio permanece no corpo do operário; (c) a energia absorvida pelo corpo do operário; (d) a dose recebida pelo operário, em grays; (e) a dose equivalente recebida pelo operário, em sieverts.

seção 42-9 Modelos Nucleares

•70 Na lista de nuclídeos a seguir, identifique (a) os que possuem camadas completas de núcleons; (b) os que possuem um núcleon a mais que uma camada completa; (c) os que possuem um núcleon a menos que uma camada completa: ^{13}C , ^{18}O , ^{40}K , ^{49}Ti , ^{60}Ni , ^{91}Zr , ^{92}Mo , ^{121}Sb , ^{143}Nd , ^{144}Sm , ^{205}Tl e ^{207}Pb .

•71 Um produto intermediário de uma certa reação nuclear decai menos de 10^{-22} s depois de se formar. (a) Qual é a indeterminação ΔE da energia desse estado intermediário? (b) Esse estado pode ser considerado um núcleo composto? (Sugestão: Veja o Exemplo 42-10.)

•72 A energia cinética de um núcleon em um núcleo de massa intermediária é da ordem de 5,00 MeV. A que temperatura efetiva corresponde essa energia, de acordo com o modelo coletivo do núcleo?

••73 Considere os três processos de formação indicados na Fig. 42-14 para o núcleo composto ^{20}Ne . As massas das partículas envolvidas são as seguintes:

^{20}Ne	19,992 44 u	α	4,002 60 u
^{19}F	18,998 40 u	p	1,007 83 u
^{16}O	15,994 91 u		

Que energia deve ter (a) a partícula alfa; (b) o próton e (c) o fóton de raios γ para que o núcleo composto seja formado com uma energia de excitação de 25,0 MeV?

Problemas Adicionais

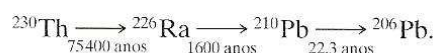
74 Quando a Segunda Guerra Mundial terminou as autoridades holandesas prenderam o artista holandês Hans van Meegeren, acusando-o de ter vendido um quadro valioso ao criminoso de guerra nazista Hermann Goering. As pinturas, *Cristo* e a *Adúltera*, como várias outras de autoria do mestre holandês Johannes Vermeer (1632-1675), tinham sido encontradas por van Meegeren depois de permanecer desaparecida durante quase 300 anos. Vender aquele tesouro nacional ao inimigo só podia ser considerado um ato de alta traição.

Pouco depois de ser detido, porém, van Meegeren declarou, para surpresa geral, que *Cristo* e a *Adúltera* e os outros quadros

“descobertos” por ele não passavam de falsificações. Explicou que havia imitado o estilo de Vermeer, usando telas de 300 anos de idade e pigmentos da época; assinara os trabalhos como se fossem de Vermeer e submetera as pinturas a um processo de envelhecimento acelerado em um forno para que parecessem autênticas.

Estaria van Meegeren mentindo para escapar à acusação da alta traição, na esperança de ser condenado a uma pena menor pelo crime de fraude? Para os peritos, *Cristo e Seus Discípulos em Emaús* certamente parecia um legítimo Vermeer, mas na época do julgamento de van Meegeren, em 1947, não existia nenhum método científico capaz de esclarecer a questão. Depois de pintar uma imitação de Vermeer enquanto estava na prisão, van Meegeren conseguiu convencer os acusadores e foi condenado a apenas um ano de prisão por fraude. Alguns especialistas, porém, continuaram a sustentar que os Vermeer eram autênticos.

Em 1968 Bernard Keisch, da Carnegie-Mellon University, chegou a uma resposta definitiva usando uma pequena amostra de pigmento à base de chumbo removido do mais famoso dentre os quadros supostamente descobertos por Meegeren, *Cristo e Seus Discípulos em Emaús*. Esse pigmento é obtido a partir de minério de chumbo, no qual parte do chumbo é produzida através de uma longa série de decaimentos que começa com o ^{238}U e termina com o ^{206}Pb . Para acompanhar o raciocínio da Keisch, vamos concentrar nossa atenção na parte da série que começa com o ^{230}Th e termina com o ^{206}Pb e que pode ser resumida da seguinte forma (alguns radionuclídeos intermediários, de meia-vida relativamente curta, foram omitidos):



As meias-vidas mais longas e mais importantes desta parte da série de decaimentos estão indicadas.

(a) Mostre que em uma amostra de minério de chumbo a taxa de variação do número de núcleos de ^{210}Pb é dada por

$$\frac{dN_{210}}{dt} = \lambda_{226}N_{226} - \lambda_{210}N_{210},$$

onde N_{210} e N_{226} são os números de núcleos de ^{210}Pb e ^{226}Ra na amostra e λ_{210} e λ_{226} são as constantes de desintegração correspondentes.

Como os decaimentos vêm ocorrendo há bilhões de anos e a meia-vida do ^{210}Pb é muito menor que a do ^{226}Ra , os núclídeos ^{226}Ra e ^{210}Pb estão *em equilíbrio*, isto é, o número desses núclídeos na amostra não varia com o tempo. (b) Qual é a razão R_{226}/R_{210} das atividades desses núclídeos em uma amostra de minério de chumbo? (c) Qual é a razão N_{226}/N_{210} dos números desses núclídeos em uma amostra de minério de chumbo?

Quando o pigmento à base de chumbo é fabricado a partir do minério a maior parte do ^{226}Ra é perdida. Suponha que permanece apenas 1,00%. Pouco depois que o pigmento é produzido, quanto valem as razões (d) R_{226}/R_{210} e (e) N_{226}/N_{210} ?

Keisch sabia que, com o tempo, a razão R_{226}/R_{210} no pigmento tende novamente para o valor de equilíbrio. Se *Emaús* tivesse sido pintado por Vermeer e, portanto, o pigmento tivesse 300 anos de idade ao ser examinado em 1968 a razão entre as atividades estaria mais próxima da resposta do item (b) que da resposta do item (d). Se, por outro lado, *Emaús* tivesse sido pintado por van Meegeren na década de 1930 e o pigmento tivesse apenas 30 anos de idade a razão estaria mais próxima da resposta do item (d). Keisch encontrou uma razão de 0,09. (f) *Emaús* pode ter sido pintado por Vermeer?

75 Um dos resíduos mais perigosos das explosões nucleares é o ^{90}Sr , que decai com uma meia-vida de 29 anos. Como possui propriedades químicas muito parecidas com as do cálcio, o estrôncio, quando ingerido por uma vaca, se concentra no leite. Parte desse ^{90}Sr é incorporada aos ossos das pessoas que bebem o leite. Os elétrons de alta energia emitidos pelo ^{90}Sr danificam a medula óssea, reduzindo a produção de hemácias. Uma bomba de 1 megaton produz aproximadamente 400 g de ^{90}Sr . Se os resíduos se espalham uniformemente por uma área de 2000 km², que área contém uma radioatividade igual ao limite “tolerável” para uma pessoa, que é 74 000 contagens/s?

76 Quando um dos reatores de Chernobyl se incendiou e explodiu no norte da Ucrânia, em 1986, parte da Ucrânia ficou contaminada com ^{137}Cs , que decai por emissão de um elétron com uma meia-vida de 30,2 anos. Em 1996 a atividade total dessa contaminação em uma área de $2,6 \times 10^5$ km² foi estimada em 1×10^{16} Bq. Supondo que o ^{137}Cs se espalhou uniformemente em toda a área e que metade dos elétrons resultantes do decaimento foi emitida para cima, quantos elétrons emitidos pelo ^{137}Cs atingiriam uma pessoa que permanecesse deitada no chão na região contaminada durante 1 h (a) em 1996; (b) em 2006? (O leitor terá que estimar a área da seção reta de um indivíduo adulto.)

77 O radionuclídeo ^{32}P ($T_{1/2} = 14,28$ d) é muito usado como traçador das reações bioquímicas que envolvem o fósforo. (a) Se a taxa de contagem em um determinado experimento é inicialmente 3050 contagens/s, quanto tempo é necessário para que a taxa de contagem caia para 170 contagens/s? (b) Uma solução contendo ^{32}P é aplicada à raiz de um pé de tomate, e a atividade do ^{32}P em uma folha é medida 3,48 dias depois. Por que fator essa leitura deve ser multiplicada para compensar o efeito do decaimento ocorrido desde que o experimento começou?

78 Em uma certa rocha a razão entre o número de átomos de chumbo e o número de átomos de urânio é 0,300. Tome a meia-vida do urânio como sendo $4,47 \times 10^9$ anos e suponha que a rocha não continha chumbo quando se formou. Qual é a idade da rocha?

79 A Fig. 42-20 mostra parte da série de decaimentos do ^{237}Np em um gráfico do número de massa A em função do número atômico Z ; cinco retas, que representam decaimentos alfa e decaimentos beta, ligam pontos que representam isótopos. Qual é o isótopo ao final dos cinco decaimentos (assinalado com um ponto de interrogação na Fig. 42-20)?

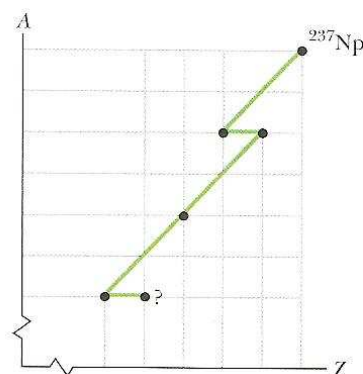


FIG. 42-20 Problema 79.

80 O elemento radioativo AA pode decair no elemento BB ou no elemento CC . A forma de decaimento é aleatória, mas a razão

entre o número resultante de átomos do elemento BB e os átomos do elemento CC é 2. O elemento AA tem uma meia-vida de 8,00 dias. Uma amostra contém inicialmente apenas o elemento AA . Após quanto tempo o número de átomos do elemento CC é 1,50 vez o número de átomos do elemento AA ?

81 A dose típica recebida em uma radiografia simples do tórax é $250 \mu\text{Sv}$, produzida por raios X com um fator RBE de 0,85. Supondo que um paciente tem uma massa de 88 kg e a massa do tecido exposto é metade da massa corporal, calcule a energia absorvida em joules.

82 Uma fonte de rádio contém 1,00 mg de ^{226}Ra , que decai com uma meia-vida de 1600 anos para produzir ^{222}Rn , um gás nobre. Esse isótopo do radônio, por sua vez, decai por emissão alfa com uma meia-vida de 3,82 d. Se o processo continua durante um intervalo de tempo muito mais longo que a meia-vida do ^{222}Rn a taxa de decaimento do ^{222}Rn atinge um valor-limite igual à taxa de produção do ^{222}Rn , que é aproximadamente constante por causa da meia-vida relativamente longa do ^{226}Ra . Para uma fonte nessas condições-limite determine (a) a atividade do ^{226}Ra , (b) a atividade do ^{222}Rn e (c) a massa total de ^{222}Rn .

83 Como um núcleon está confinado em um núcleo, podemos tomar a indeterminação Δx da posição do núcleon como sendo aproximadamente o raio r do núcleo e usar o princípio de indeterminação para calcular a indeterminação Δp do momento linear. Supondo que $p \approx \Delta p$ e que o núcleon é não-relativístico, calcule a energia cinética de um núcleon em um núcleo com $A = 100$.

84 Um núcleo de ouro tem um raio de 6,23 fm e uma partícula alfa tem um raio de 1,80 fm. Que energia deve ter uma partícula alfa incidente para “encostar” na superfície do núcleo de ouro? (Sugestão: Veja o Exemplo 42-1.)

85 Quantos anos são necessários para que a atividade do ^{14}C diminua para 0,020 do valor inicial? A meia-vida do ^{14}C é 5730 anos.

86 Quando uma amostra de prata é irradiada com nêutrons por um curto período de tempo dois isótopos radioativos se formam: ^{108}Ag ($T_{1/2} = 2,42 \text{ min}$), com uma taxa de decaimento inicial de $3,1 \times 10^5/\text{s}$, e ^{110}Ag ($T_{1/2} = 24,6 \text{ s}$), com uma taxa de decaimento inicial de $4,1 \times 10^6/\text{s}$. Faça um gráfico semilog semelhante ao da Fig. 42-8 mostrando a taxa de decaimento global em função do tempo entre $t = 0$ e $t = 10 \text{ min}$. A Fig. 42-8 foi usada para ilustrar um método de determinação da meia-vida de um isótopo radioativo. Dado apenas o gráfico da taxa de decaimento global do sistema de dois isótopos, mostre que é possível analisá-lo e determinar as meias-vidas dos dois radioisótopos.

87 Um certo nuclídeo estável, depois de absorver um nêutron, emite um elétron, e o novo nuclídeo se divide espontaneamente

em duas partículas alfa. Identifique o nuclídeo.

88 Os nuclídeos pesados, que podem ser emissores alfa ou beta, pertencem a uma de quatro cadeias de decaimentos, caracterizadas por números de massa A da forma $4n$, $4n + 1$, $4n + 2$ ou $4n + 3$, onde n é um número inteiro positivo. (a) Justifique essa afirmação mostrando que se um nuclídeo pertencer a uma dessas famílias todos os produtos do decaimento pertencerão à mesma família. Determine a que família pertencem os seguintes nuclídeos: (b) ^{235}U , (c) ^{236}U , (d) ^{238}U , (e) ^{239}Pu , (f) ^{240}Pu , (g) ^{245}Cm , (h) ^{246}Cm , (i) ^{249}Cf e (j) ^{253}Fm .

89 Imagine um núcleo de ^{238}U como uma combinação de uma partícula alfa (^4He) e um núcleo residual (^{234}Th). Faça um gráfico da energia potencial eletrostática $U(r)$ em função de r , onde r é a distância entre as duas partículas, para $10 \text{ fm} < r < 100 \text{ fm}$. Compare o resultado com a Fig. 42-9.

90 A partir dos dados apresentados nos primeiros parágrafos da Seção 42-4, determine (a) a constante de desintegração λ e (b) a meia-vida do ^{238}U .

91 Faça uma carta de nuclídeos semelhante à da Fig. 42-5 para os 25 nuclídeos $^{118-122}\text{Te}$, $^{117-121}\text{Sb}$, $^{116-120}\text{Sn}$, $^{115-119}\text{In}$ e $^{114-118}\text{Cd}$. Trace e rotule (a) todas as retas isobáricas (A constante) e (b) todas as retas de excesso de nêutrons ($N - Z$) constante.

92 Localize na carta da Fig. 42-4 os nuclídeos que aparecem na Tabela 42-1 e mostre que estão na zona de estabilidade.

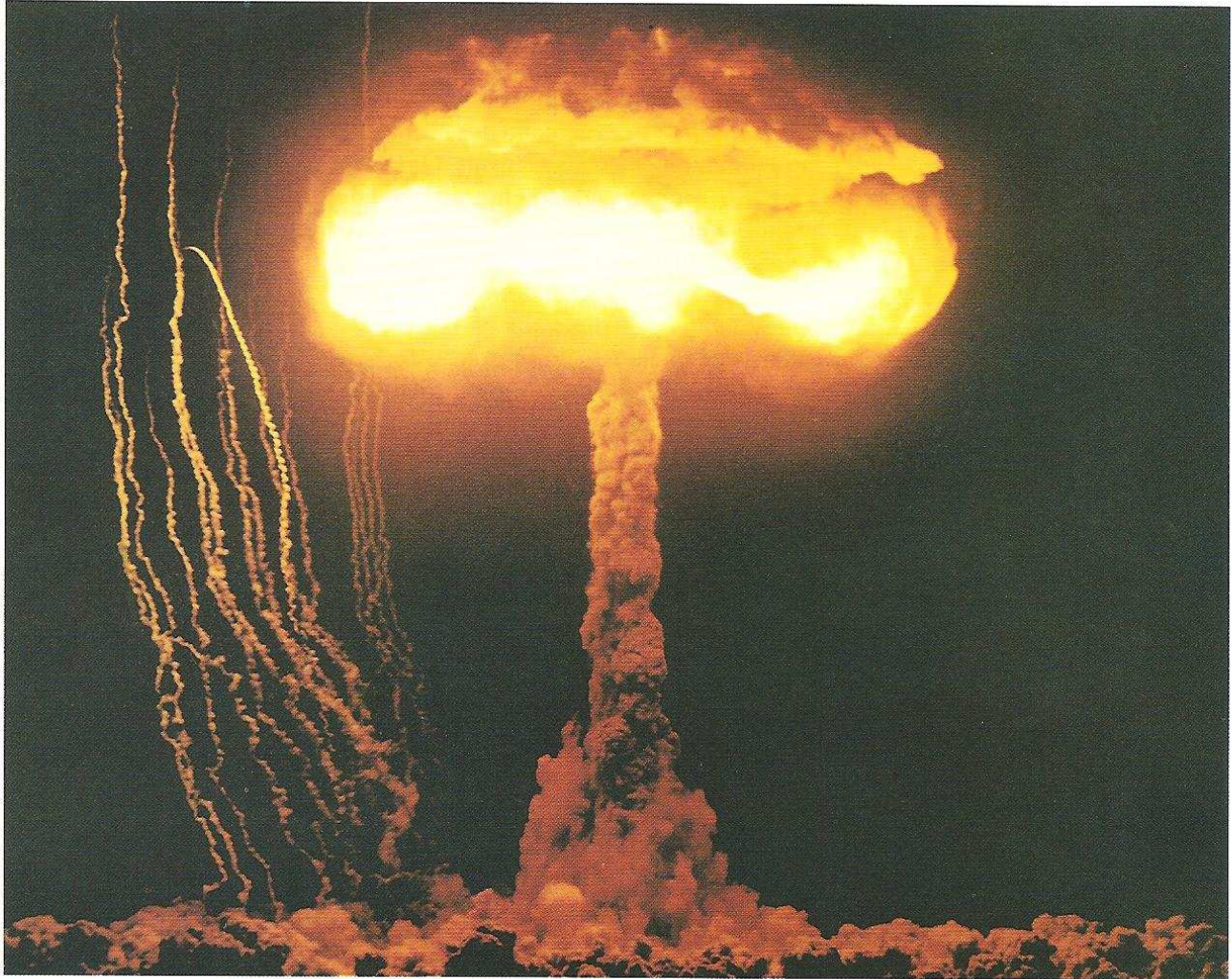
93 Se a unidade de massa atômica fosse definida de tal forma que a massa do ^1H tivesse o valor exato de 1,000 000 u, determine qual seria a massa (a) do ^{12}C (cuja massa é 12,000 000 u) e (b) do ^{238}U (cuja massa é 238,050 785 u).

94 Com o auxílio de uma carta de nuclídeos, escreva os símbolos (a) de todos os isótopos estáveis com $Z = 60$; (b) de todos os nuclídeos radioativos com $N = 60$; (c) de todos os nuclídeos com $A = 60$.

95 Medidas de espalhamento de elétrons revelam que o raio de um certo núcleo esférico é 3,6 fm. Qual é o número de massa do núcleo?

96 O tempo nuclear característico é uma grandeza útil mas vagamente definida, tomada como o tempo necessário para que um núcleon com uma energia cinética de alguns milhões de elétrons-volts percorra uma distância igual ao diâmetro de um nuclídeo de massa mediana. Qual é a ordem de grandeza desse tempo? Use a Eq. 42-3, supondo que os núcleons são nêutrons de 5 MeV e o diâmetro é o do núcleo de ^{197}Au .

97 Determine a energia de desintegração Q para o decaimento do ^{49}V por captura de um elétron da camada K (veja o Problema 56). Os dados necessários são os seguintes: $m_{\text{V}} = 48,948 52 \text{ u}$; $m_{\text{Ti}} = 48,947 87 \text{ u}$; $E_K = 5,47 \text{ keV}$.



Cortesia do U.S. Department of Energy

Esta imagem vem aterrorizando o mundo desde a Segunda Guerra Mundial. Quando Robert Oppenheimer, o líder do grupo de cientistas que criou a bomba atômica, assistiu à primeira explosão nuclear, citou um trecho de um livro sagrado dos hindus: "Agora me tornei a Morte, a destruidora de mundos".

Qual é a explicação física desta imagem que impressionou o mundo?

A resposta está neste capítulo.

43-1 O QUE É FÍSICA?

Agora que discutimos algumas propriedades dos núcleos atômicos, vamos nos voltar para uma preocupação importante da física e de certas especialidades da engenharia: será possível aproveitar a energia dos núcleos atômicos, da mesma forma como a humanidade vem aproveitando a energia dos átomos há milhares de anos ao queimar substâncias como madeira e carvão?

Como o leitor já sabe, a resposta é positiva, mas existem diferenças importantes entre as duas fontes de energia. Quando extraímos energia da madeira e do carvão queimando esses combustíveis estamos lidando com reações químicas que envolvem apenas os *elétrons* da última camada dos átomos de carbono e oxigênio, que são reagrupados em configurações mais estáveis. Quando extraímos energia do urânio em um reator nuclear estamos novamente queimando um combustível, mas dessa vez estamos lidando com o núcleo de urânio, reagrupando os *núcleons* que o compõem em configurações mais estáveis.

Os elétrons são confinados nos átomos pela interação eletromagnética, e são necessários apenas alguns elétrons-volts para arrancá-los. Por outro lado, os núcleons são confinados nos núcleos pela interação forte, e são necessários *milhões* de elétrons-volts para arrancá-los. Este fator da ordem de milhões se reflete no fato de que podemos extrair muito mais energia de um quilograma de urânio do que de um quilograma de carvão.

Tanto na queima de um combustível químico como na de um combustível nuclear a liberação de energia é acompanhada por uma diminuição da massa, de acordo com a equação $Q = -\Delta m c^2$. A diferença principal entre a queima de urânio e a queima de carvão está em que, no primeiro caso, uma fração muito maior da massa disponível é consumida (mais uma vez, o fator nesse caso é da ordem de milhões).

Os diferentes processos usados para queimar um combustível químico ou nuclear resultam em diferentes níveis de potência, ou seja, da rapidez com que a energia é produzida. No caso da energia nuclear podemos queimar um quilograma de urânio de forma explosiva, como nas bombas, ou de forma gradual, como nos reatores nucleares. No caso da energia química podemos fazer explodir uma banana de dinamite ou digerir um filé com fritas.

A Tabela 43-1 mostra a quantidade de energia que pode ser extraída de 1 kg de matéria por vários processos. Em vez de apresentar o valor da energia a tabela indica o tempo durante o qual a energia manteria acesa uma lâmpada de 100 W. Apenas os três primeiros processos correspondem à realidade; os outros três são limites teóricos que provavelmente jamais serão atingidos na prática. O último processo, a aniquilação mútua de matéria e antimatéria, pode ser considerado o mais eficiente de todos; nele, *toda* a energia de repouso é transformada em outras formas de energia.

O leitor deve ter em mente que as comparações da Tabela 43-1 são feitas em termos da mesma quantidade de matéria. Quilograma por quilograma, é possível extrair milhões de vezes mais energia da fissão do urânio que da queima do carvão ou

TABELA 43-1

Energia Liberada por 1 kg de Matéria

Forma de Matéria	Processo	Tempo ^a
Água	Queda d'água de 50 m	5 s
Carvão	Combustão	8 h
UO ₂ Enriquecido	Fissão em um reator	690 anos
²³⁵ U	Fissão total	3×10^4 anos
Deutério	Fusão total	3×10^4 anos
Matéria e antimatéria	Aniquilação total	3×10^7 anos

^aEsta coluna mostra o tempo durante o qual a energia gerada manteria acesa uma lâmpada de 100 W.

das quedas d'água; entretanto, existe muito mais carvão que urânio na crosta terrestre, e uma quantidade muito grande de água pode ser acumulada em uma represa.

43-2 | Fissão do Urânio: O Processo Básico

Em 1932 o físico inglês James Chadwick descobriu o nêutron. Alguns anos mais tarde o físico italiano Enrico Fermi observou em Roma que quando alguns elementos são bombardeados com nêutrons novos elementos são produzidos. Fermi havia previsto que o nêutron, por não possuir carga elétrica, seria um projétil muito útil para estudar reações nucleares, já que, ao contrário do próton e da partícula alfa, não seria repelido ao se aproximar de um núcleo. Mesmo os *nêutrons térmicos*, que são nêutrons que se movem lentamente por estarem em equilíbrio com o meio que os rodeia, possuindo por isso uma energia cinética de apenas 0,04 eV à temperatura ambiente, podem induzir reações nucleares.

No final da década de 1930 a física Lise Meitner e os químicos Otto Hahn e Fritz Strassmann, trabalhando em Berlim e continuando o trabalho de Fermi e seus colaboradores, expuseram soluções de sais de urânio a nêutrons térmicos e descobriram que alguns produtos dessa interação eram radioativos. Em 1939 um dos radionuclídeos produzidos dessa forma foi identificado, sem sombra de dúvida, como sendo o bário. Como era possível, admiraram-se Hahn e Strassmann, que a reação do urânio ($Z = 92$) com um nêutron pudesse produzir um elemento de massa moderada ($Z = 56$) como o bário?

Uma solução para o enigma foi encontrada algumas semanas mais tarde por Meitner e o sobrinho, Otto Frisch. Segundo os dois pesquisadores, um núcleo de urânio, depois de absorver um nêutron térmico, se dividia, com liberação de energia, em dois fragmentos aproximadamente iguais, um dos quais era o bário. Frisch chamou o processo de **fissão**.

O papel importante de Meitner na descoberta da fissão foi conhecido apenas recentemente, através de pesquisas históricas; ela não dividiu com Hahn o prêmio Nobel de Química que o químico alemão recebeu em 1944 pela descoberta, mas um elemento foi batizado em sua homenagem, o meitnério (símbolo Mt, $Z = 109$).

A Fissão Vista de Perto

A Fig. 43-1 mostra a distribuição por número de massa dos fragmentos produzidos quando o ^{235}U é bombardeado com nêutrons térmicos. Os números de massa mais prováveis, que estão presentes em cerca de 7% dos eventos, são $A = 95$ e $A = 140$. Curiosamente, essa distribuição bimodal ainda não foi explicada teoricamente.

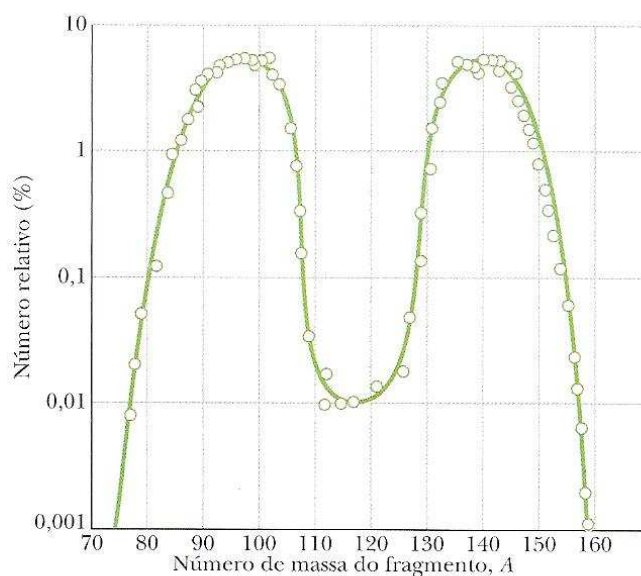


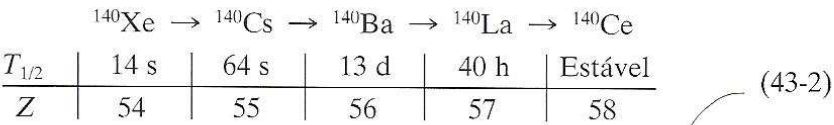
FIG. 43-1 Distribuição estatística, por número de massa, dos fragmentos de fissão do ^{235}U . Observe que a escala vertical é logarítmica.

Em um evento típico de fissão do ^{235}U , um núcleo de ^{235}U absorve um nêutron térmico, o que resulta em um núcleo composto, ^{236}U , em um estado altamente excitado. É este núcleo que sofre o processo de fissão, dividindo-se em dois fragmentos. Os fragmentos imediatamente emitem dois ou mais nêutrons, dando origem a fragmentos de fissão como o ^{140}Xe ($Z = 54$) e o ^{94}Sr ($Z = 38$). Assim, a equação geral para um evento desse tipo é

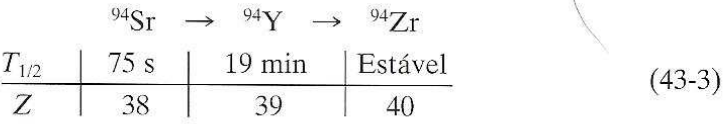


Observe que durante a formação e a fissão do núcleo composto são conservados o número de prótons e o número de nêutrons (e, portanto, o número total de núcleons e a carga total).

Na Eq. 43-1 os fragmentos ^{140}Xe e ^{94}Sr são altamente instáveis e sofrem vários decaimentos beta (com a conversão de um nêutron em um próton e a emissão de um elétron e um neutrino) até que o produto do decaimento seja estável. No caso do xenônio, a cadeia de decaimentos é



No caso do estrôncio, a cadeia é



Como seria de se esperar (veja a Seção 42-6), os números de massa (140 e 94) dos fragmentos permanecem inalterados durante os processos de decaimento beta, e os números atômicos (que são inicialmente 54 e 38) aumentam de uma unidade a cada decaimento.

Examinando a faixa de estabilidade da carta de nuclídeos da Fig. 42-4 vemos por que os fragmentos da fissão são instáveis. O nuclídeo ^{236}U , que é o núcleo que sofre fissão na reação da Eq. 43-1, possui 92 prótons e $236 - 92 = 144$ nêutrons, o que corresponde a uma razão $144/92 \approx 1,6$ entre o número de nêutrons e o número de prótons. A razão é aproximadamente a mesma nos fragmentos da fissão. No caso dos elementos estáveis de massa intermediária, porém, a razão entre o número de nêutrons e o número de prótons é menor, da ordem de 1,3 a 1,4. Os fragmentos possuem, portanto, um *excesso de nêutrons* e tendem a ejetar imediatamente alguns desses nêutrons (dois, no caso da reação da Eq. 43-1). Mesmo assim, os fragmentos continuam a conter nêutrons demais para serem estáveis. Os decaimentos beta eliminam o excesso de nêutrons dos fragmentos, transformando alguns nêutrons em prótons.

Podemos estimar a energia liberada pela fissão de um nuclídeo pesado calculando a energia de ligação por núcleon ΔE_{eln} antes e depois da fissão. Para que a fissão seja possível é necessário que a energia de repouso total diminua; isso significa que ΔE_{eln} deve ser *maior* após a fissão. A energia Q liberada pela fissão é dada por

$$Q = \left(\text{energia de ligação} \right)_{\text{final total}} - \left(\text{energia de ligação} \right)_{\text{inicial}}. \tag{43-4}$$

Para nossa estimativa, vamos supor que a fissão transforma o núcleo pesado em dois núcleons de massa intermediária com o mesmo número de nêutrons. Nesse caso, temos:

$$Q = \left(\Delta E_{\text{eln}} \right)_{\text{final}} \left(\text{número final de núcleons} \right) - \left(\Delta E_{\text{eln}} \right)_{\text{inicial}} \left(\text{número inicial de núcleons} \right). \tag{43-5}$$

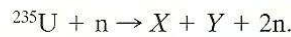
De acordo com a Fig. 42-6, no caso dos nuclídeos pesados ($A \approx 240$) a energia de ligação por núcleo é da ordem de 7,6 MeV/núcleo. No caso dos nuclídeos de massa intermediária ($A \approx 120$) a energia é da ordem de 8,5 MeV/núcleo. Assim,

a energia liberada pela fissão de um núclídeo pesado em dois núclídeos de massa intermediária é

$$Q = \left(8,5 \frac{\text{MeV}}{\text{núcleon}}\right) (2 \text{ núcleos}) \left(120 \frac{\text{núcleons}}{\text{núcleo}}\right) - \left(7,6 \frac{\text{MeV}}{\text{núcleon}}\right) (240 \text{ núcleons}) \approx 200 \text{ MeV}. \quad (43-6)$$



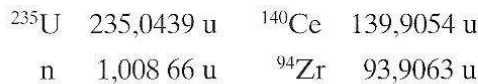
TESTE 1 A equação a seguir representa um evento genérico de fissão:



Quais dos seguintes pares *não podem* substituir X e Y : (a) ^{141}Xe e ^{93}Sr ; (b) ^{139}Cs e ^{95}Rb ; (c) ^{156}Nd e ^{79}Ge ; (d) ^{121}In e ^{113}Ru ?

Exemplo 43-1

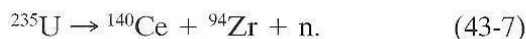
Determine a energia de desintegração Q para o evento de fissão da Eq. 43-1, levando em conta o decaimento dos fragmentos da fissão mostrado nas Eqs. 43-2 e 43-3. As massas necessárias para realizar o cálculo são



IDÉIAS-CHAVE

(1) A energia de desintegração Q é a energia que é convertida de energia de repouso em energia cinética dos produtos do decaimento. (2) $Q = -\Delta m c^2$, onde Δm é a variação de massa.

Cálculos: Como devemos levar em conta o decaimento dos fragmentos da fissão, combinamos as Eqs. 43-1, 43-2 e 43-3 para obter a transformação global



Apenas um nêutron aparece na Eq. 43-1, porque o nêutron causador da reação, que deveria aparecer do lado esquerdo da equação, é compensado, do lado direito, por um

dos nêutrons emitidos no processo de fissão. A diferença de massa para a reação da Eq. 43-7 é

$$\begin{aligned} \Delta m &= (139,9054 \text{ u} + 93,9063 \text{ u} + 1,00866 \text{ u}) \\ &\quad - (235,0439 \text{ u}) \\ &= -0,22354 \text{ u}, \end{aligned}$$

e a energia de desintegração correspondente é

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta m c^2 = -(-0,22354 \text{ u})(931,494013 \text{ MeV/u}) \\ &= 208 \text{ MeV}, \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

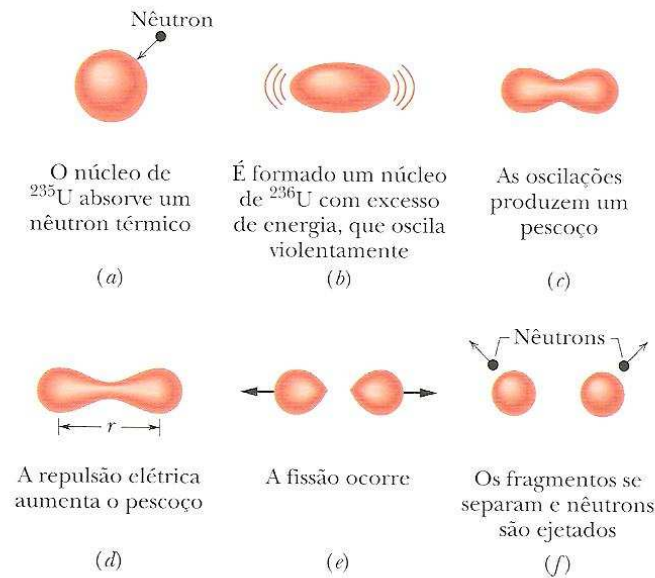
em boa concordância com a estimativa da Eq. 43-6.

Se a fissão acontece no interior de um sólido a maior parte da energia de desintegração, que a princípio assume a forma da energia cinética dos produtos da fissão, contribui para aumentar a energia interna do corpo, revelando-se externamente como um aumento de temperatura. Cinco ou seis por cento da energia de desintegração, porém, estão associados aos neutrinos emitidos durante o decaimento beta dos fragmentos da fissão. Essa energia escapa quase toda do sólido, e é perdida.

43-3 Um Modelo para a Fissão Nuclear

Logo depois que a fissão nuclear foi descoberta Niels Bohr e John Wheeler usaram o modelo coletivo do núcleo (Seção 42-9), baseado em uma analogia entre o núcleo e uma gota de líquido carregada eletricamente, para explicar os principais aspectos do fenômeno. A Fig. 43-2 mostra os vários estágios do processo de fissão, de acordo com esse modelo. Quando um núcleo pesado, como o ^{235}U , absorve um nêutron térmico (lento), como na Fig. 43-2a, o nêutron fica confinado em um poço de potencial associado à interação forte que age no interior do núcleo. Com isso, a energia potencial do nêutron se transforma em uma energia de excitação do núcleo, como mostra a Fig. 43-2b. Essa energia de excitação é igual à energia de ligação E_n do nêutron capturado que, por sua vez, é igual à redução da energia de repouso do sistema núcleo-nêutron em consequência da captura do nêutron.

FIG. 43-2 Os vários estágios de um processo típico de fissão, de acordo com o modelo coletivo de Bohr e Wheeler.



As Figs. 43-2c e 43-2d mostram que o núcleo, comportando-se como uma gota de líquido em oscilação, mais cedo ou mais tarde adquire um “pescoço” e começa a se separar em duas “gotas” menores. Se a repulsão elétrica entre as duas “gotas” as afasta o suficiente para romper o pescoço os dois fragmentos são arremessados em direções opostas (Figs. 43-2e e 43-2f), o que constitui o processo de fissão propriamente dito.

Esse modelo fornecia uma boa visão qualitativa do processo de fissão; o que faltava era explicar por que alguns núclídeos pesados, como o ^{235}U e o ^{239}Pu , são facilmente fissionados por nêutrons térmicos, enquanto outros núclídeos igualmente pesados, como o ^{238}U e o ^{243}Am , não sofrem esse tipo de fissão.

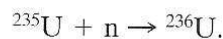
A questão foi esclarecida por Bohr e Wheeler. A Fig. 43-3 mostra um gráfico da energia potencial de um núcleo em vários estágios do processo de fissão, calculada a partir do modelo proposto pelos dois pesquisadores, em função do *parâmetro de distorção* r , que é uma medida do grau de afastamento do núcleo em relação à forma esférica. A Fig. 43-2d dá uma idéia de como esse parâmetro é medido pouco antes que ocorra a fissão. Quando os fragmentos estão muito afastados um do outro r é simplesmente a distância entre os centros dos fragmentos.

A diferença entre a energia do núcleo no estado inicial ($r = 0$) e no estado final ($r = \infty$), ou seja, a energia de desintegração Q , está indicada na Fig. 43-3. O interessante é que a energia potencial do sistema passa por um máximo para um certo valor de r . Isso significa que existe uma *barreira de potencial*, de altura E_b , que os fragmentos têm que vencer, seja diretamente, seja por tunelamento. O mesmo acontece no decaimento alfa (Fig. 42-9), que também é um processo limitado por uma barreira de potencial.

Vemos, portanto, que a fissão só pode ocorrer se o nêutron absorvido fornecer uma energia de excitação E_n suficiente para que os fragmentos possam vencer a barreira. Na verdade, por causa da possibilidade de tunelamento basta que essa energia E_n seja *quase igual* a E_b , a altura da barreira.

A Tabela 43-2 mostra a situação para quatro núclídeos pesados. Para cada núclídeo a tabela mostra a altura da barreira E_b no núcleo formado pela captura do nêutron e a energia de excitação E_n devido à captura. Os valores de E_b são calculados a partir da teoria de Bohr e Wheeler; os valores de E_n são calculados a partir da variação da energia de repouso devido à captura do nêutron.

Como exemplo do cálculo de E_n vamos examinar a primeira linha da tabela, que representa o processo de captura de um nêutron



As massas envolvidas são 235,043 922 u para o ^{235}U , 1,008 665 u para o nêutron e 236,045 562 u para o ^{236}U . É fácil mostrar que a redução de massa após a captura do

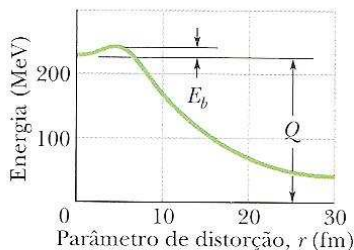


FIG. 43-3 Energia potencial em vários estágios do processo de fissão, de acordo com o modelo coletivo de Bohr e Wheeler. O Q da reação (cerca de 200 MeV) e a altura da barreira para a fissão, E_b , estão indicados na figura.

TABELA 43-2

Energia de Excitação e Barreira de Potencial para Quatro Nuclídeos Pesados

Nuclídeo Inicial	Nuclídeo Formado	E_n (MeV)	E_b (MeV)	Fissão por Nêutrons Térmicos?
^{235}U	^{236}U	6,5	5,2	Sim
^{238}U	^{239}U	4,8	5,7	Não
^{239}Pu	^{240}Pu	6,4	4,8	Sim
^{243}Am	^{244}Am	5,5	5,8	Não

nêutron é $7,025 \times 10^{-3}$ u. Esta, portanto, é a massa convertida em energia. Multiplicando a redução de massa por c^2 ($= 931,494\,013$ MeV/u) obtemos $E_n = 6,5$ MeV, o valor que aparece na primeira linha da tabela.

A primeira e a terceira linhas da Tabela 43-2 têm uma grande importância histórica, já que fornecem a razão pela qual as duas bombas atômicas usadas na Segunda Guerra Mundial continham ^{235}U (a primeira) e ^{239}Pu (a segunda). Esses nuclídeos foram escolhidos porque tanto para o ^{235}U como para o ^{239}Pu $E_n > E_b$. Isso significa que, de acordo com a teoria, a absorção de um nêutron térmico por parte desses nuclídeos deve ser seguida por uma fissão. No caso dos outros dois nuclídeos (^{238}U e ^{243}Am) temos $E_n < E_b$; assim, o nêutron térmico não fornece ao núcleo energia suficiente para que os fragmentos vençam a barreira de potencial. Em vez de se fissionar, o núcleo se livra do excesso de energia emitindo um raio gama.

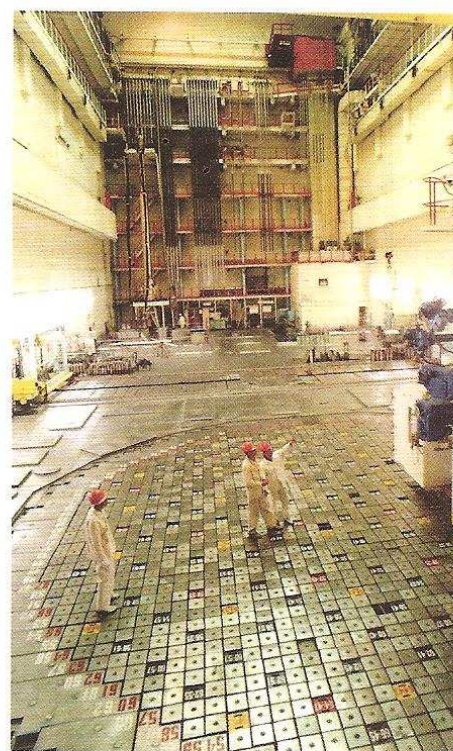
O ^{238}U e ^{243}Am podem ser fissionados, mas para isso é preciso que o nêutron possua uma energia cinética muito maior que a de um nêutron térmico. No caso do ^{238}U , por exemplo, o nêutron incidente deve ter uma energia cinética de pelo menos 1,3 MeV para que esse processo de *fissão rápida* tenha uma alta probabilidade de ocorrer (o nome “rápida” vem do fato de que é preciso que o nêutron esteja se movendo rapidamente para que o processo ocorra, pois só assim ele terá a energia cinética necessária).

As duas bombas atômicas usadas na Segunda Guerra Mundial dependiam da capacidade dos nêutrons térmicos de fazer com que muitos nuclídeos pesados se fissionassem praticamente ao mesmo tempo, produzindo uma violenta explosão. A primeira bomba continha ^{235}U porque uma quantidade suficiente desse material tinha sido extraída do minério de urânio para fazer uma bomba de teste e a bomba que foi lançada em Hiroxima. (O minério é constituído principalmente por ^{238}U , que, como vimos, não pode ser fissionado por nêutrons térmicos.) Quando a segunda bomba foi lançada em Nagasáqui, três dias depois, não havia material suficiente para fazer outra bomba de ^{235}U , e por isso foi usada uma bomba de ^{239}Pu , que jamais havia sido testada.

43-4 | O Reator Nuclear

Para que o processo de fissão libere grandes quantidades de energia é preciso que um evento de fissão produza outros eventos, fazendo o processo se espalhar pelo combustível nuclear como o fogo em um pedaço de madeira. O fato de que dois ou mais nêutrons são liberados em cada evento de fissão é essencial para a ocorrência desse tipo de **reação em cadeia**, no qual cada nêutron produzido pode causar uma nova fissão. A reação pode ser explosiva (como em uma bomba atômica) ou controlada (como em um reator nuclear).

Suponha que estamos interessados em projetar um reator baseado na fissão de ^{235}U por nêutrons térmicos. O urânio natural contém 0,7% desse isótopo; o resto é ^{238}U , que não pode ser fissionado por nêutrons térmicos. Para começar, podemos aumentar a probabilidade de que ocorra uma fissão *enriquecendo* artificialmente o combustível até que contenha aproximadamente 3% de ^{235}U . Mesmo assim, ainda temos que resolver três problemas.



A unidade 3 do reator nuclear de Chernobyl (perto de Kiev). Esta unidade foi desativada em 2000, anos depois da explosão da unidade 4, em 1986, que liberou radionuclídeos voláteis para a atmosfera. (©AP/Wide World Photos)



O vaso de pressão de um reator nuclear desativado, embrulhado em plástico azul, é preparado para ser transportado para o lugar onde será enterrado, na Reserva Nuclear de Hanford, perto de Richland, no estado americano de Washington. (©AP/Wide World Photos)

1. *O Problema da Fuga de Nêutrons.* Alguns dos nêutrons produzidos pelas fissões escapam do reator antes de terem oportunidade de fissionar outros núcleos e, portanto, não contribuem para a reação em cadeia. A fuga de nêutrons é um efeito de superfície; sua intensidade é proporcional ao quadrado de uma dimensão típica do reator (a área da superfície de um cubo é igual a $6a^2$, onde a é a aresta do cubo). A produção de nêutrons, por outro lado, acontece em todo o volume do combustível e, portanto, é proporcional ao cubo de uma dimensão típica do reator (o volume de um cubo é a^3). Podemos reduzir a fração de nêutrons perdidos aumentando o volume do reator para reduzir a razão entre a superfície e o volume (que é igual a $6/a$ no caso de um cubo).
2. *O Problema da Energia dos Nêutrons.* Os nêutrons ejetados nas reações de fissão são nêutrons rápidos, com energias da ordem de 2 MeV, mas a fissão do ^{235}U é induzida com mais eficiência por nêutrons térmicos. Para transformar os nêutrons rápidos em nêutrons térmicos mistura-se o urânio com uma substância, o chamado **moderador**, que deve possuir duas propriedades: remover energia dos nêutrons com eficiência, através de colisões elásticas, e não absorver nêutrons. A maioria dos reatores nucleares americanos usa a água como moderador; o componente ativo consiste em núcleos de hidrogênio (prótons). Vimos no Capítulo 9 que quando uma partícula em movimento sofre uma colisão elástica com uma partícula estacionária a transferência de energia é máxima quando as duas partículas têm a mesma massa. Os prótons são um bom moderador justamente porque possuem massa quase igual à dos nêutrons.
3. *O Problema da Captura de Nêutrons.* Quando os nêutrons rápidos (2 MeV) produzidos pela fissão são “esfriados” pelo moderador até se tornarem nêutrons térmicos (0,04 eV) passam por um intervalo crítico de energias (entre 1 e 100 eV) no qual existe uma alta probabilidade de que sejam capturados por um núcleo de ^{238}U . Essa *captura ressonante*, que resulta na emissão de um raio gama, remove o nêutron definitivamente da reação em cadeia. Para minimizar a probabilidade de captura ressonante o urânio e o moderador não são usados como uma mistura homogênea, e sim instalados em regiões diferentes do reator.

Em um reator típico o combustível está na forma de pastilhas de óxido de urânio, que são introduzidas em longos tubos de metal. Essas **barras de combustível** são agrupadas em feixes e imersas no líquido moderador, formando o **núcleo** do reator. Esse arranjo geométrico aumenta a probabilidade de que um nêutron rápido, produzido no interior de uma barra de combustível, esteja no moderador ao passar pelo intervalo crítico de energias. Depois de se tornar um nêutron térmico o nêutron *ainda* pode ser capturado de formas que não resultam em fissão (é a chamada *captura térmica*), mas é muito mais provável que o nêutron térmico penetre novamente em um elemento combustível e encontre um núcleo de ^{235}U para produzir um evento de fissão.

A Fig. 43-4 mostra o equilíbrio de nêutrons em um reator comercial típico funcionando a potência constante. Vamos acompanhar uma amostra de 1000 nêutrons térmicos ao longo de um ciclo completo, ou uma *geração*, no núcleo do reator. Os 1000 nêutrons iniciais produzem 1330 nêutrons por fissão de átomos de ^{235}U e 40 nêutrons por fissão rápida do ^{238}U , o que resulta em 370 nêutrons a mais, todos rápidos. Quando o reator está operando a potência constante, exatamente o mesmo número (370) é perdido por fuga do núcleo e captura, o que deixa 1000 para iniciar a geração seguinte. Neste ciclo, naturalmente, cada um dos 370 nêutrons produzidos por eventos de fissão representa um depósito de energia no núcleo do reator, aumentando sua temperatura.

O *fator de multiplicação k* , um parâmetro importante dos reatores, é a razão entre o número de nêutrons presentes no início de uma geração e o número de nêutrons presentes no início da geração seguinte. Na Fig. 43-4 o fator de multiplicação é $1000/1000 = 1$. Quando $k = 1$ dizemos que o reator está funcionando no regime *crítico*, em que o número de nêutrons é exatamente o necessário para que o reator produza uma potência constante. Os reatores são projetados, na verdade, para serem intrinsecamente *super-críticos* ($k > 1$); o fator de multiplicação é ajustado para

FIG. 43-5 Diagrama simplificado de um reator nuclear de água pressurizada (PWR). Muitos componentes foram omitidos, como o sistema para resfriar o núcleo do reator em caso de emergência.

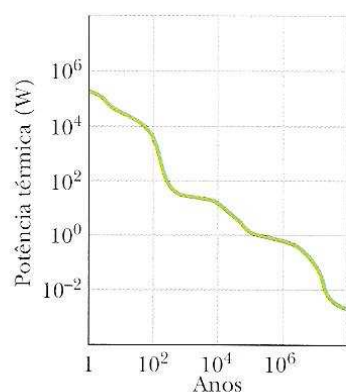
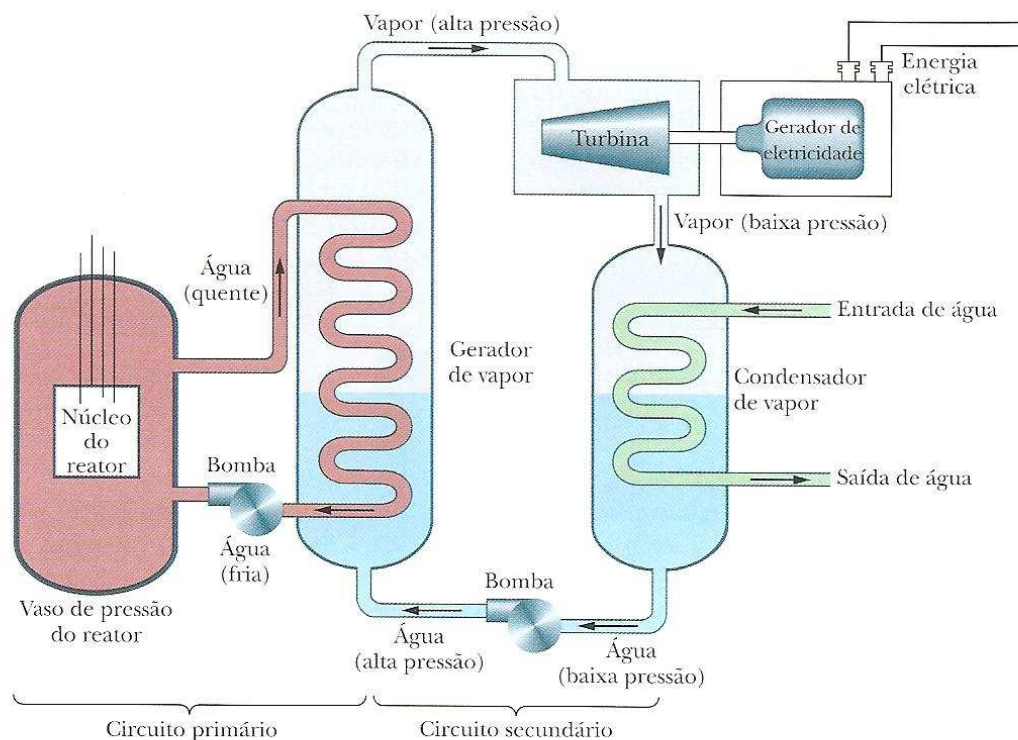


FIG. 43-6 Potência térmica gerada pelos rejeitos radioativos presentes em uma barra de combustível após um ano de operação em um reator nuclear de grande porte em função do tempo após a remoção da barra. A curva é a superposição dos efeitos de muitos radionuclídeos, com uma grande variedade de meias-vidas. Observe que as duas escalas são logarítmicas.

Observe que as duas escalas são logarítmicas. As barras de combustível removidas dos reatores quase sempre são armazenadas no local, imersas em água; ainda não foram criadas instalações permanentes para o armazenamento desses rejeitos. Os rejeitos da fabricação de bombas nucleares também estão, na grande maioria dos casos, armazenados provisoriamente perto do local onde foram gerados. Os rejeitos radioativos e componentes contaminados não vão desaparecer da noite para o dia; eles constituem um dos principais problemas da indústria nuclear.

Exemplo 43-2

Uma usina de energia elétrica utiliza como fonte de energia um reator nuclear de água pressurizada. A potência térmica gerada no núcleo do reator é 3400 MW e a usina é capaz de gerar 1100 MW de eletricidade. A carga de combustível é $8,60 \times 10^4$ kg de urânio, na forma de óxido de urânio, distribuídos em $5,70 \times 10^4$ barras de combustível. O urânio é enriquecido a 3,0% ^{235}U .

(a) Qual é a eficiência da usina?

IDÉIA-CHAVE

A eficiência dessa usina e de qualquer outro dispositivo capaz de gerar energia útil é a razão entre a potência de saída (potência útil) e a potência de entrada (potência de alimentação).

Cálculo: Neste caso, a eficiência (ef) é dada por

$$ef = \frac{\text{potência de saída}}{\text{potência de entrada}} = \frac{1100 \text{ MW (elétricos)}}{3400 \text{ MW (térmicos)}} = 0,32, \text{ ou } 32\%.$$

(Resposta)

De acordo com a lei da conservação de energia, para que a usina funcione dessa forma uma potência de $3400 \text{ MW} - 1100 \text{ MW} = 2300 \text{ MW}$ deve ser dissipada nas torres de resfriamento.

(b) Qual é a taxa R com que ocorrem eventos de fissão no núcleo do reator?

IDÉIAS-CHAVE

(1) Os eventos de fissão são responsáveis pela potência de alimentação $P = 3400 \text{ MW}$ ($= 3,4 \times 10^9 \text{ J/s}$); (2) de acordo com a Eq. 43-6, a energia Q liberada por evento é aproximadamente 200 MeV .

Cálculo: Supondo que a usina esteja operando a potência constante, temos:

$$R = \frac{P}{Q} = \left(\frac{3,4 \times 10^9 \text{ J/s}}{200 \text{ MeV/fissão}} \right) \left(\frac{1 \text{ MeV}}{1,60 \times 10^{-13} \text{ J}} \right)$$

$$= 1,06 \times 10^{20} \text{ fissões/s}$$

$$\approx 1,1 \times 10^{20} \text{ fissões/s.} \quad (\text{Resposta})$$

(c) Qual é o consumo de ^{235}U da usina em quilogramas por dia?

IDÉIA-CHAVE

O ^{235}U é consumido em dois processos: (1) o processo de fissão, cuja taxa foi calculada no item (b); (2) o processo de captura de nêutrons, cuja taxa é cerca de quatro vezes menor que a primeira.

Cálculos: A taxa total de consumo de ^{235}U é

$$(1 + 0,25)(1,06 \times 10^{20} \text{ átomos/s}) = 1,33 \times 10^{20} \text{ átomos/s.}$$

Para completar o cálculo precisamos conhecer a massa de um átomo de ^{235}U . Não podemos usar a massa molar do urânio que aparece no Apêndice F, já que esse valor é para o ^{238}U , o isótopo mais comum do urânio. Em vez disso, vamos supor que a massa de um átomo de ^{235}U , em unidades de massa atômica, seja igual ao número de massa A . Nesse

caso, a massa de um átomo de ^{235}U em kg é $235 \text{ u} = 3,90 \times 10^{-25} \text{ kg}$. O consumo de ^{235}U é, portanto,

$$\frac{dM}{dt} = (1,33 \times 10^{20} \text{ átomos/s})(3,90 \times 10^{-25} \text{ kg/átomo})$$

$$= 5,19 \times 10^{-5} \text{ kg/s} \approx 4,5 \text{ kg/d.} \quad (\text{Resposta})$$

(d) Com esse consumo de combustível, quanto tempo vai durar o suprimento de ^{235}U ?

Cálculo: Sabemos que a massa inicial de ^{235}U é 3,0% dos $8,6 \times 10^4 \text{ kg}$ de óxido de urânio. Assim, o tempo T necessário para consumir essa massa de ^{235}U à taxa constante de $4,5 \text{ kg/d}$ é

$$T = \frac{(0,030)(8,60 \times 10^4 \text{ kg})}{4,5 \text{ kg/d}} \approx 570 \text{ d.} \quad (\text{Resposta})$$

Na prática, as barras de combustível são substituídas (geralmente em lotes) muito antes que o ^{235}U se esgote.

(e) Com que rapidez a massa está sendo convertida em outras formas de energia pela fissão de ^{235}U no núcleo do reator?

IDÉIA-CHAVE

A conversão da massa (energia de repouso) em outras formas de energia está ligada apenas às fissões responsáveis pela potência de entrada (3400 MW) e não à captura de nêutrons (embora esse segundo processo também contribua para o consumo de ^{235}U).

Cálculo: De acordo com a relação de Einstein $E = mc^2$, podemos escrever:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dE/dt}{c^2} = \frac{3,4 \times 10^9 \text{ W}}{(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$= 3,8 \times 10^{-8} \text{ kg/s} = 3,3 \text{ g/d.} \quad (\text{Resposta})$$

Vemos que a taxa de conversão de massa corresponde à massa de uma pequena moeda por dia, um valor bem menor que o consumo de combustível calculado em (c).

43-5 | Um Reator Nuclear Natural

Em 2 de dezembro de 1942, quando o reator que haviam construído sob a arquibancada do estádio da Universidade de Chicago entrou em operação (Fig. 43-7), Enrico Fermi e sua equipe tinham todas as razões para acreditar que estavam inaugurando o primeiro reator de fissão a funcionar em nosso planeta. Trinta anos depois, porém, descobriu-se que estavam errados.

Há cerca de dois bilhões de anos, em um depósito de urânio que hoje é explorado comercialmente, situado no Gabão, um país africano, um reator natural de fissão entrou em funcionamento e provavelmente operou durante centenas de milhares de anos. Podemos verificar se isso realmente ocorreu examinando duas questões:

1. Havia Combustível Suficiente? O combustível de um reator de fissão à base de urânio é o isótopo fissil ^{235}U , que constitui apenas 0,72% do urânio natural. A abundância isotópica do ^{235}U foi medida em amostras terrestres, em rochas lunares e em meteoritos; os resultados foram praticamente os mesmos em todos os

FIG. 43-7 Desenho do primeiro reator nuclear, construído durante a Segunda Guerra Mundial, por um grupo de cientistas comandado por Enrico Fermi, sob a arquibancada do estádio da Universidade de Chicago. O reator, que se tornou crítico no dia 2 de dezembro de 1942, era feito de camadas alternadas de tijolos de grafita pura e tijolos de grafita contendo cilindros e esferas de urânio e óxido de urânio. Reatores semelhantes foram usados mais tarde para produzir plutônio para a fabricação de armas nucleares. (Gary Sheehan, *Birth of the Atomic Age, 1957. Reproduzido por cortesia da Chicago Historical Society*)



casos. A pista para a descoberta do reator natural foi o fato de que o urânio extraído da mina do Gabão apresentava uma deficiência de ^{235}U ; em algumas amostras a abundância não passava de 0,44%. As primeiras investigações levaram os cientistas a especular que o déficit de ^{235}U talvez se devesse ao fato de que parte do ^{235}U teria sido consumida durante o funcionamento de um reator natural.

O problema era que, com uma abundância isotópica de apenas 0,72%, é muito difícil (como Fermi e sua equipe tiveram ocasião de constatar) construir um reator que funcione. A chance de que isso aconteça por acaso em um depósito de urânio é praticamente nula.

Acontece, porém, que as coisas eram diferentes no passado. Tanto o ^{235}U como o ^{238}U são radioativos, mas o ^{235}U tem uma meia-vida 6,4 vezes menor ($7,04 \times 10^8$ anos, enquanto a meia-vida do ^{238}U é $44,7 \times 10^8$ anos). Como o ^{235}U decai mais depressa que o ^{238}U , sua abundância isotópica era maior no passado. Há dois bilhões de anos a abundância não era 0,72%, mas 3,8%. Essa abundância é maior que a do urânio enriquecido artificialmente que hoje se usa nos reatores comerciais.

Dada essa concentração relativamente elevada do isótopo físsil, a existência de um reator natural (se outras condições forem satisfeitas) não parece tão surpreendente. O combustível estava lá. A propósito: há dois bilhões de anos a forma de vida mais avançada que existia na Terra eram as cianobactérias.

2. *Quais São as Provas?* A simples deficiência de ^{235}U em um depósito de minério não pode ser considerada uma prova de que existiu um reator natural de fissão; por isso, os cientistas se puseram em campo em busca de mais indícios. Não existe um reator sem produtos de fissão. Dos trinta e poucos elementos cujos isótopos estáveis são produzidos em um reator alguns deveriam estar presentes até hoje na mina de urânio. O estudo da abundância isotópica desses elementos poderia fornecer a prova que faltava.

Dos vários elementos investigados, o neodímio foi o que apresentou resultados mais convincentes. A Fig. 43-8a mostra a abundância isotópica de sete isótopos estáveis do neodímio em amostras terrestres. A Fig. 43-8b mostra a abundância dos mesmos isótopos nos rejeitos de um reator nuclear. É compreensível que haja uma diferença, já que os dois conjuntos de isótopos têm origens totalmente diversas. Observe, em particular, que o ^{142}Nd , o isótopo mais abundante no elemento natural, não aparece nos produtos de fissão.

A questão passa a ser a seguinte: quais são as abundâncias relativas dos isótopos do neodímio encontrados na mina do Gabão? Se realmente um reator natural funcionou na região esperamos encontrar uma distribuição intermediária entre a distribuição natural e a distribuição produzida em um reator. A Fig. 43-8c mostra as abundâncias encontradas na região da mina depois de introduzidas correções para levar em conta vários fatores, como a presença de neodímio natural. A semelhança da Fig. 43-8c com a Fig. 43-8b é considerada uma prova segura de que realmente existiu um reator natural na região.

O fato de que os produtos de fissão do reator natural do Gabão permaneceram durante mais de 2 bilhões de anos nas proximidades do lugar onde foram gerados é

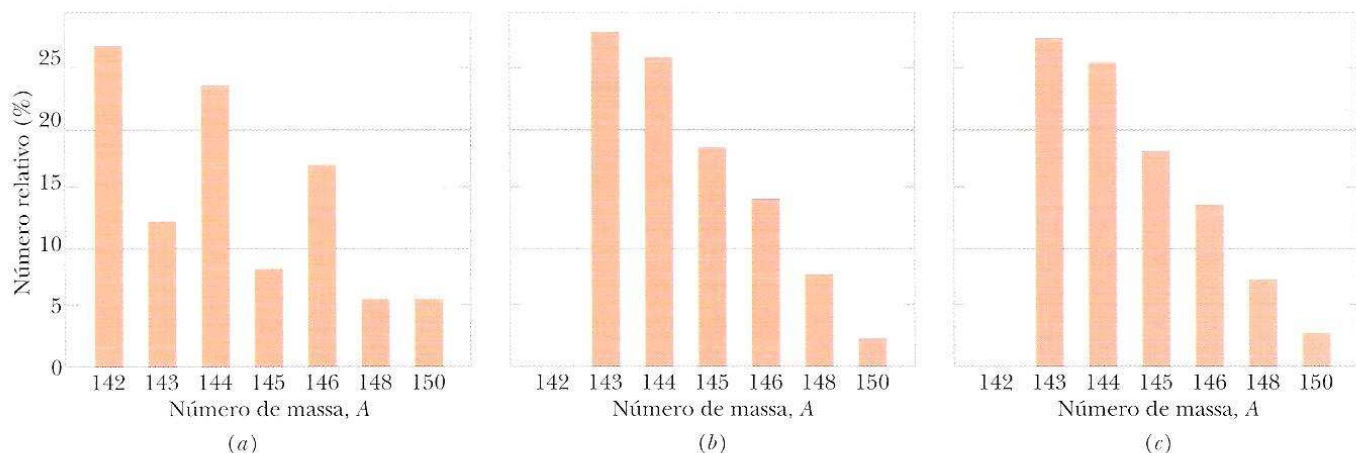


FIG. 43-8 Distribuição por número de massa dos isótopos de neodímio encontrados (a) em depósitos naturais do elemento e (b) nos rejeitos de um reator nuclear. (c) Distribuição (depois de várias correções) do neodímio encontrado em uma mina de urânio do Gabão, na África. Observe que as distribuições (b) e (c) são praticamente iguais e muito diferentes de (a).

animador do ponto de vista do armazenamento permanente de rejeitos radioativos em depósitos subterrâneos.

Exemplo 43-3

A razão entre as concentrações de ^{235}U e ^{238}U no urânio natural é atualmente 0,0072. Qual era essa razão há $2,0 \times 10^9$ anos? As meias-vidas dos dois isótopos são $7,04 \times 10^8$ anos e $44,7 \times 10^8$ anos, respectivamente.

IDÉIA-CHAVE

A razão N_5/N_8 entre as concentrações de ^{235}U e ^{238}U no instante $t = 0$ não era 0,0072, como hoje em dia (ou seja, no instante $t = 2,0 \times 10^9$ anos), já que os isótopos decaíram a taxas diferentes.

Cálculos: Sejam $N_5(0)$ e $N_8(0)$ as concentrações dos isótopos em uma amostra de urânio no instante $t = 0$ e sejam $N_5(t)$ e $N_8(t)$ as concentrações no instante t . Nesse caso, para cada isótopo podemos usar a Eq. 42-15, $N = N_0 e^{-\lambda t}$, para escrever a concentração no instante t em função da concentração no instante $t = 0$:

$$N_5(t) = N_5(0)e^{-\lambda_5 t} \quad \text{e} \quad N_8(t) = N_8(0)e^{-\lambda_8 t},$$

onde λ_5 e λ_8 são as constantes de desintegração correspondentes. Dividindo as equações uma pela outra, obtemos:

$$\frac{N_5(t)}{N_8(t)} = \frac{N_5(0)}{N_8(0)} e^{-(\lambda_5 - \lambda_8)t}.$$

Como estamos interessados na razão $N_5(0)/N_8(0)$, escrevemos essa equação na forma

$$\frac{N_5(0)}{N_8(0)} = \frac{N_5(t)}{N_8(t)} e^{(\lambda_5 - \lambda_8)t}. \quad (43-8)$$

Podemos usar a Eq. 42-18, $T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$, para calcular as constantes de desintegração a partir das meias-vidas:

$$\lambda_5 = \frac{\ln 2}{7,04 \times 10^8 \text{ anos}} = 9,85 \times 10^{-10} \text{ anos}^{-1}$$

$$\text{e} \quad \lambda_8 = \frac{\ln 2}{44,7 \times 10^8 \text{ anos}} = 1,55 \times 10^{-10} \text{ anos}^{-1}.$$

O expoente da Eq. 43-8 é, portanto,

$$(\lambda_5 - \lambda_8)t = [(9,85 - 1,55) \times 10^{-10} \text{ anos}^{-1}](2 \times 10^9 \text{ anos}) = 1,66.$$

Substituindo esse valor na Eq. 43-8, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{N_5(0)}{N_8(0)} &= \frac{N_5(t)}{N_8(t)} e^{(\lambda_5 - \lambda_8)t} = (0,0072)(e^{1,66}) \\ &= 0,0379 \approx 3,8\%. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

43-6 Fusão Termonuclear: O Processo Básico

A curva de energia de ligação da Fig. 42-6 mostra que existe um excesso de energia quando dois núcleos leves se combinam para formar um núcleo mais pesado, um processo conhecido como **fusão nuclear**. Em condições normais esse processo é impedido pela repulsão de Coulomb entre duas partículas de mesma carga, que

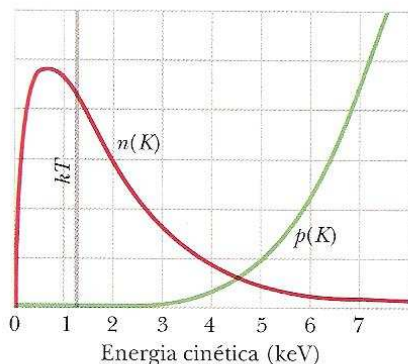


FIG. 43-9 A curva $n(K)$ mostra a concentração de prótons por unidade de energia no centro do Sol. A curva $p(K)$ mostra a probabilidade de penetração da barreira de Coulomb (e, portanto, a probabilidade de fusão) para colisões entre prótons na temperatura do centro do Sol. A reta vertical mostra o valor de kT para essa temperatura. As escalas verticais das duas curvas são diferentes.

impede que dois núcleos se aproximem o suficiente para que a interação forte predomine, promovendo a fusão. A altura dessa *barreira de Coulomb* depende da carga e do raio dos dois núcleos. Como vamos ver no Exemplo 43-4, no caso de dois prótons ($Z = 1$) a altura da barreira é 400 keV. No caso de núcleos com um número maior de prótons, naturalmente, a barreira é maior.

Para gerar energia útil é preciso produzir um grande número de fusões em um curto período de tempo. Isso pode ser conseguido aumentando a temperatura do material até que os núcleos tenham energia suficiente, graças à agitação térmica, para vencer a barreira de Coulomb. O processo é chamado de **fusão termonuclear**.

Em estudos desse tipo a temperatura é geralmente expressa em termos da energia cinética K das partículas envolvidas, através da relação

$$K = kT, \quad (43-9)$$

onde K é a energia cinética que corresponde à *velocidade mais provável* das partículas, k é a constante de Boltzmann e T é a temperatura em kelvins. Assim, em vez de dizer que “a temperatura no centro do Sol é $1,5 \times 10^7$ K” é mais comum afirmar que “a temperatura no centro do Sol é 1,3 keV”.

A temperatura ambiente corresponde a $K < 0,03$ eV; uma partícula com essa energia é totalmente incapaz de superar uma barreira da ordem de 400 keV. Mesmo no centro do Sol, onde $kT = 1,3$ keV, a situação não parece favorável à fusão nuclear. Entretanto, sabemos que a fusão nuclear não só acontece no centro do Sol como é o processo mais importante de geração de energia, não só no Sol como em qualquer estrela.

A aparente contradição desaparece quando nos damos conta de dois fatos: (1) A energia calculada através da Eq. 43-9 é a das partículas com a *velocidade mais provável*, definida na Seção 19-7; a distribuição inclui partículas com velocidades muito maiores e, portanto, energias muito maiores. (2) As partículas não precisam ter uma energia maior que a altura da barreira para atravessá-la; o tunelamento pode ocorrer em energias bem menores, como vimos na Seção 42-5 quando discutimos o decaimento alfa.

A situação real está representada na Fig. 43-9. A curva $n(K)$ mostra a distribuição de energia cinética dos prótons solares, plotada de modo a corresponder à temperatura no centro do Sol. A curva é diferente da curva de distribuição de velocidades da Fig. 19-7 porque agora o eixo horizontal representa energia, e não velocidade. Para cada energia cinética K a expressão $n(K) dK$ é proporcional à probabilidade de que um próton tenha uma energia cinética no intervalo entre K e $K + dK$. O valor de kT no centro do Sol está indicado por uma reta vertical; observe que muitos prótons têm uma energia maior que esse valor.

A curva $p(K)$ da Fig. 43-9 mostra a probabilidade de penetração da barreira no caso da colisão de dois prótons. As duas curvas da Fig. 43-9 sugerem que existe uma energia para a qual a probabilidade de fusão é máxima. Para energias muito maiores que esse valor é fácil atravessar a barreira, mas existem muito poucos prótons disponíveis para atravessá-la; para energias muito menores que esse valor existem muitos prótons disponíveis, mas a barreira é alta demais para ser transposta.



TESTE 2 Quais dessas possíveis reações de fusão *não produzem* energia: (a) ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$; (b) ${}^4\text{He} + {}^4\text{He}$; (c) ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$; (d) ${}^{20}\text{Ne} + {}^{20}\text{Ne}$; (e) ${}^{56}\text{Fe} + {}^{56}\text{Fe}$; (f) ${}^{14}\text{N} + {}^{35}\text{Cl}$? (Sugestão: Consulte a curva de energias de ligação da Fig. 42-6).

Exemplo 43-4

Suponha que o próton é uma esfera de raio $R = 1$ fm. Dois prótons com a mesma energia cinética K sofrem uma colisão frontal.

(a) Qual deve ser o valor de K para que as partículas sejam

imobilizadas momentaneamente pela repulsão de Coulomb no momento em que estão se “tocando”? Podemos tomar esse valor de K como sendo uma medida representativa da altura da barreira de Coulomb.

IDÉIAS-CHAVE

A energia mecânica E do sistema de dois prótons é conservada enquanto os prótons se aproximam um do outro e se imobilizam por um instante. Em particular, a energia mecânica inicial E_i é igual à energia mecânica E_f no momento em que as partículas estão paradas. A energia inicial E_i consiste apenas na energia cinética total $2K$ dos dois prótons. Quando os prótons se imobilizam E_f consiste apenas na energia potencial elétrica U do sistema, dada pela Eq. 24-43 ($U = q_1q_2/4\pi\epsilon_0r$).

Cálculos: A distância r entre os prótons no momento em que se imobilizam é igual à distância $2R$ entre os centros, já que imaginamos que suas superfícies estão se tocando nesse momento; q_1 e q_2 são iguais a e . Assim, podemos escrever a lei da conservação de energia $E_i = E_f$ na forma

$$2K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2R}.$$

Nesse caso, temos:

$$\begin{aligned} K &= \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 R} \\ &= \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(16\pi)(8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(1 \times 10^{-15} \text{ m})} \\ &= 5,75 \times 10^{-14} \text{ J} = 360 \text{ keV} \approx 400 \text{ keV}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

(b) Em que temperatura um próton de um gás de prótons possui a energia cinética média calculada no item (a) e, portanto, possui uma energia igual à altura da barreira de Coulomb?

IDÉIA-CHAVE

Tratando o gás de prótons como um gás ideal, a energia média dos prótons, de acordo com a Eq. 19-24, é $K_{\text{méd}} = 3kT/2$, onde k é a constante de Boltzmann.

Cálculo: Explicitando T e usando o resultado do item (a), temos:

$$\begin{aligned} T &= \frac{2K_{\text{méd}}}{3k} = \frac{(2)(5,75 \times 10^{-14} \text{ J})}{(3)(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} \\ &\approx 3 \times 10^9 \text{ K}. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Como a temperatura no centro do Sol é “apenas” $1,5 \times 10^7 \text{ K}$, é evidente que as fusões que ocorrem no centro do Sol envolvem prótons com uma energia *muito maior* que a energia média.

43-7 | A Fusão Termonuclear no Sol e em Outras Estrelas

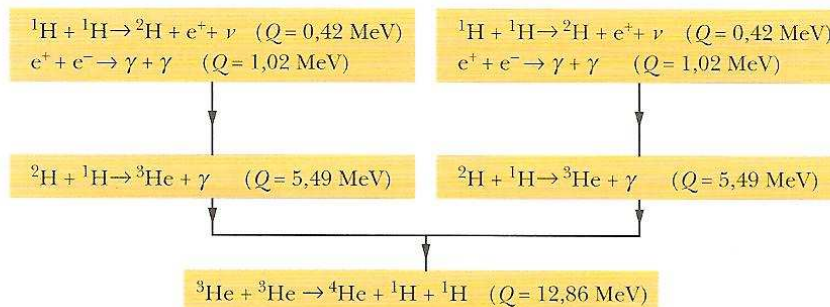
O Sol irradia uma potência de $3,9 \times 10^{26} \text{ W}$, e vem fazendo isso há bilhões de anos. Qual é a origem de tanta energia? As reações químicas estão fora de cogitação; se o Sol fosse feito de carvão e oxigênio nas proporções corretas para que houvesse combustão o carvão se esgotaria em menos de 1000 anos. Outra possibilidade é a de que o Sol esteja encolhendo lentamente por ação de sua própria força gravitacional. Transformando a energia potencial gravitacional em energia térmica o Sol poderia produzir energia durante muito mais tempo. Mesmo assim os cálculos mostram que o tempo de vida associado a esse mecanismo seria muito menor do que a idade do Sol. A única possibilidade que resta é a fusão termonuclear. O Sol, como vamos ver, não queima carvão, e sim hidrogênio, e o faz em uma fornalha nuclear, não em uma fornalha química.

A reação de fusão que ocorre no Sol é um processo de várias etapas no qual o hidrogênio se transforma em hélio; o hidrogênio pode ser considerado o “combustível” e o hélio as “cinzas”. A Fig. 43-10 mostra o **ciclo próton-próton** (p-p) do processo de fusão.

O ciclo p-p começa com a colisão de dois prótons ($^1\text{H} + ^1\text{H}$) para formar um dêuteron (^2H), com a criação simultânea de um pósitron (e^+) e um neutrino (ν). O pósitron logo encontra um elétron livre (e^-) do Sol e as duas partículas se aniquilam mutuamente (veja a Seção 21-6); sua energia de repouso é convertida em dois raios gama (γ).

Dois desses eventos aparecem na parte superior da Fig. 43-10. Esses eventos são extremamente raros; na verdade, apenas uma em cada 10^{26} colisões próton-próton leva à formação de um dêuteron; na maioria dos casos os dois prótons simplesmente ricocheteiam. É a lentidão desse processo “crítico” que regula a potência produzida e impede que o Sol seja consumido em uma violenta explosão. Apesar da

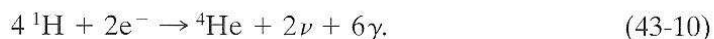
FIG. 43-10 O mecanismo próton-próton responsável pela produção de energia no Sol. No processo, quatro prótons se fundem para formar uma partícula alfa (${}^4\text{He}$), com uma liberação de energia de 26,7 MeV.



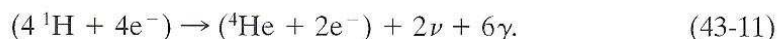
baixa probabilidade da reação, existem tantos prótons no Sol que os dêuterons são produzidos à razão de 10^{12} kg/s .

Quando um dêuteron é produzido logo colide com um próton para formar um núcleo de ${}^3\text{He}$, como mostra a parte central da Fig. 43-10. Dois núcleos de ${}^3\text{He}$ ocasionalmente se encontram (o tempo médio para que isso aconteça é 10^5 anos, um tempo relativamente curto) para formar uma partícula alfa (${}^4\text{He}$) e dois prótons, como mostra a parte de baixo da figura.

Levando em conta todas as reações mostradas da Fig. 43-10, o ciclo p-p resulta na combinação de quatro prótons e dois elétrons para formar uma partícula alfa, dois neutrinos e seis raios gama:



Vamos acrescentar dois elétrons a ambos os membros da Eq. 43-10, obtendo



As grandezas entre parênteses representam *átomos* (e não núcleos) de hidrogênio e hélio. Isso nos permite calcular a energia liberada pela reação da Eq. 43-10 (e da Eq. 43-11) como

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta m c^2 \\ &= -[4,002\,603 \text{ u} - (4)(1,007\,825 \text{ u})][931,5 \text{ MeV/u}] \\ &= 26,7 \text{ MeV}, \end{aligned}$$

onde $4,002\,603 \text{ u}$ é a massa de um átomo de hélio e $1,007\,825 \text{ u}$ é a massa de um átomo de hidrogênio. Os neutrinos têm massa de repouso nula ou insignificante, e a massa de repouso dos raios γ é zero; assim, essas partículas não entram no cálculo da energia de desintegração.

Esse mesmo valor é obtido (como não podia deixar de ser) somando os valores de Q para os diferentes estágios do ciclo próton-próton na Fig. 43-10. Assim,

$$\begin{aligned} Q &= (2)(0,42 \text{ MeV}) + (2)(1,02 \text{ MeV}) + (2)(5,49 \text{ MeV}) + 12,86 \text{ MeV} \\ &= 26,7 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Cerca de 0,5 MeV dessa energia são removidos do Sol pelos dois neutrinos que aparecem nas Eqs. 43-10 e 43-11; o resto (26,2 MeV) é incorporado ao centro no Sol na forma de energia térmica. Essa energia térmica é gradualmente transportada para a superfície solar, de onde é irradiada para o espaço na forma de ondas eletromagnéticas, entre elas as da luz visível.

A queima de hidrogênio no interior do Sol pode ser considerada uma alquimia em grande escala, no sentido de que um elemento se transforma em outro. Os alquimistas medievais, porém, se interessavam mais em transformar chumbo em ouro do que hidrogênio em hélio. De certa forma estavam no caminho correto, só que os fornos que usavam não eram quentes o bastante. Para transformar um elemento em outro (um processo conhecido como **transmutação**) teriam que trabalhar com temperaturas não da ordem de 600 K, mas da ordem de 10^8 K .

A queima de hidrogênio vem acontecendo no Sol há mais ou menos 5 bilhões de anos, e os cálculos mostram que existe hidrogênio suficiente para mais uns 5 bilhões

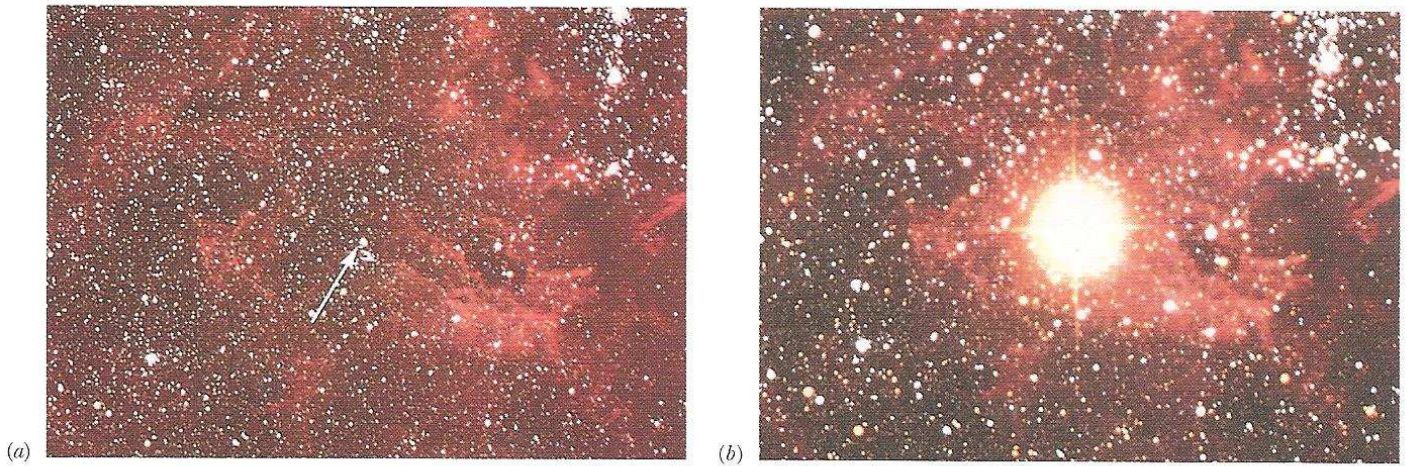


FIG. 43-11 (a) A seta mostra a estrela Sanduleak antes de 1987. (b) Em 1987 começamos a receber a luz da supernova em que a estrela se tornou, batizada como SN1987a; o brilho da estrela se tornou 100 milhões de vezes maior que o do Sol, e ela pôde ser observada a olho nu. Como a estrela está a 155 000 anos-luz de distância da Terra, a explosão ocorreu na verdade 155 000 anos antes de 1987. (Cortesia da Anglo Australian Telescope Board)

de anos. Depois desse tempo a parte central do Sol, que a essa altura será constituída principalmente de hélio, começará a esfriar e o Sol sofrerá um processo de encolhimento por causa de sua própria gravidade. Isso aumentará a temperatura e fará as camadas externas se expandirem, transformando o Sol em uma *gigante vermelha*.

Se a temperatura no centro do Sol chegar de novo a cerca de 10^8 K o processo de fusão começará de novo, só que dessa vez queimando hélio para produzir carbono. Quando uma estrela evolui e se aquece ainda mais outros elementos podem ser formados por outras reações de fusão. Entretanto, elementos mais pesados que os que estão nas proximidades do máximo da curva de energia de ligação da Fig. 42-6, como o ferro e o níquel, não podem ser formados por reações de fusão. Acredita-se que esses elementos sejam produzidos por captura de nêutrons durante as explosões de estrelas conhecidas como *supernovas* (Fig. 43-11). Nesse tipo de evento a camada externa de uma estrela é ejetada para o espaço sideral, onde se mistura com o meio tênue que existe entre as estrelas. É a partir desse meio, constantemente enriquecido pelos resíduos de explosões estelares, que novas estrelas se formam por condensação sob a influência da força gravitacional.

A abundância na Terra de elementos mais pesados que o hidrogênio e o hélio sugere que nosso sistema solar se condensou a partir de uma nuvem interestelar que continha os restos dessas explosões. Assim, todos os elementos à nossa volta, incluindo aqueles de que é feito nosso corpo, foram produzidos no interior de estrelas que já não existem mais. Como afirmou um cientista: “Na verdade, somos filhos das estrelas”.

Exemplo 43-5

Qual é a taxa de consumo de hidrogênio, dm/dt , para o ciclo p-p da Fig. 43-10 em uma estrela como o Sol?

IDÉIA-CHAVE

A taxa de produção de energia dE/dt no interior do Sol é igual à potência P irradiada pelo Sol:

$$P = \frac{dE}{dt}.$$

Cálculos: Para introduzir a taxa de consumo de hidrogênio dm/dt na equação da potência podemos escrevê-la na forma

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dm} \frac{dm}{dt} \approx \frac{\Delta E}{\Delta m} \frac{dm}{dt}, \quad (43-12)$$

onde ΔE é a energia produzida quando uma massa Δm de

prótons é consumida. De acordo com o que vimos nesta seção, uma energia térmica de 26,2 MeV ($4,20 \times 10^{-12}$ J) é produzida quando quatro prótons são consumidos. Assim, $\Delta E = 4,20 \times 10^{-12}$ J para um consumo de massa $\Delta m = 4 \times (1,67 \times 10^{-27}$ kg). Substituindo esses valores na Eq. 43-12 e usando a potência P do Sol dada no Apêndice C, temos:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{\Delta m}{\Delta E} P = \frac{4(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{4,20 \times 10^{-12} \text{ J}} (3,90 \times 10^{26} \text{ W}) \\ &= 6,2 \times 10^{11} \text{ kg/s.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

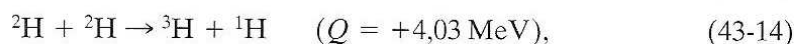
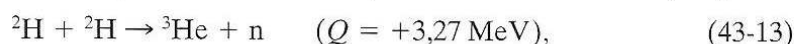
Assim, uma grande quantidade de hidrogênio é consumida pelo Sol a cada segundo. Entretanto, o leitor não deve se preocupar muito com isso, já que existe hidrogênio suficiente no Sol (2×10^{30} kg) para manter a fornalha nuclear em operação por um longo tempo.

43-8 | A Fusão Termonuclear Controlada

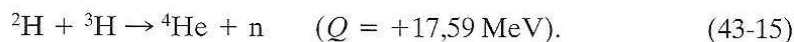
A primeira reação termonuclear terrestre aconteceu no atol de Eniwetok em 1.º de novembro de 1952, quando os Estados Unidos detonaram uma bomba de fusão, liberando uma energia equivalente a 10 milhões de toneladas de TNT. As altas temperaturas e massas específicas necessárias para iniciar a reação foram conseguidas usando uma bomba de fissão como espoleta.

Uma fonte constante e controlada de energia de fusão (um reator de fusão usado para gerar energia elétrica, por exemplo) é um objetivo muito mais difícil de ser atingido. Mesmo assim essa meta vem sendo ativamente perseguida em vários países do mundo, já que muitos consideram o reator de fusão como a fonte de energia do futuro, pelo menos para a produção de eletricidade.

O ciclo p-p que aparece na Fig. 43-10 não se presta a esse tipo de aplicação porque é excessivamente lento. O processo funciona bem no Sol apenas por causa da enorme concentração de prótons que existe no centro do astro. As reações mais promissoras para uso terrestre parecem ser duas reações dêuteron-dêuteron (d-d),



e a reação dêuteron-trítion* (d-t),



A abundância isotópica do deutério, a fonte de dêuterons para essas reações, é de apenas de 1 parte em 6700, mas esse isótopo do hidrogênio pode ser extraído em quantidades praticamente ilimitadas da água do mar. Os defensores da energia nuclear argumentam que depois que os combustíveis fósseis se esgotarem teremos apenas duas escolhas: “queimar pedra” (fissão do urânio extraído de rochas) ou “queimar água” (fusão do deutério extraído da água).

Um reator termonuclear deve atender a três requisitos:

1. *Uma Alta concentração de Partículas, n.* A concentração de partículas (número de dêuterons por unidade de volume, digamos) deve ser suficiente para assegurar um grande número de colisões por unidade de tempo. Nas altas temperaturas utilizadas o deutério certamente estará totalmente ionizado, formando um **plasma** (gás ionizado) de dêuterons e elétrons.
2. *Uma Alta Temperatura do Plasma, T.* O plasma deve estar muito quente, caso contrário os dêuterons não terão energia suficiente para vencer a barreira de Coulomb que tende a mantê-los afastados. Uma temperatura de plasma de 35 keV, correspondente a $4 \times 10^8 \text{ K}$, já foi conseguida em laboratório; trata-se de uma temperatura cerca de 30 vezes maior que a do centro do Sol.
3. *Um Longo Tempo de Confinamento, τ .* Um problema difícil é conter o plasma durante um tempo suficiente para que as reações de fusão ocorram. É evidente que nenhum recipiente sólido poderia suportar as altas temperaturas necessárias para a fusão, de modo que é preciso usar outras técnicas de confinamento, duas das quais serão discutidas a seguir.

É possível demonstrar que para que um reator termonuclear baseado na reação d-t produza mais energia do que consome é preciso que

$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3. \quad (43-16)$$

Essa condição, conhecida como **critério de Lawson**, mostra que temos uma escolha entre confinar muitas partículas por pouco tempo ou poucas partículas por muito tempo. Além de satisfazer a esse critério, também é preciso manter o plasma a uma temperatura suficiente.

*O núcleo do isótopo de hidrogênio ${}^3\text{H}$ (trítio) é chamado de *trítion*. Trata-se de um radionuclídeo, com meia-vida de 12,3 anos.

Duas abordagens para a geração de energia através da fusão controlada estão sendo investigadas atualmente; ainda é cedo para dizer se uma delas virá a ser usada comercialmente no futuro.

Confinamento Magnético

Uma forma de conseguir a fusão controlada é conter o material a ser fundido em uma armadilha formada por campos magnéticos; daí o nome **confinamento magnético**. Em uma das versões dessa abordagem, um campo magnético de forma apropriada, é usado para confinar o plasma em uma câmara de forma toroidal chamada **tokamak** [o nome é formado pelas primeiras sílabas de três palavras do russo, toroidal (toroidal), câmara (câmara) e aksial (axial)]. As forças magnéticas que agem sobre as partículas carregadas do plasma evitam que este se aproxime das paredes da câmara. A Fig. 43-12 mostra um sistema desse tipo que foi construído no Laboratório de Física do Plasma da Universidade de Princeton.

O plasma é aquecido induzindo uma corrente elétrica no plasma e bombardeando-o com um feixe de partículas aceleradas externamente. O primeiro objetivo dessa abordagem é atingir o equilíbrio (*breakeven*) que ocorre quando o critério de Lawson é satisfeito. O objetivo final é conseguir a **ignição**, ou seja, uma reação termonuclear auto-sustentada. Até o momento essa meta ainda não foi atingida por nenhum sistema baseado no confinamento magnético.

Confinamento Inercial

Em uma segunda abordagem, conhecida como **confinamento inercial**, uma pequena esfera de combustível sólido é “bombardeada” de todos os lados por raios *laser* de alta intensidade, que fazem o material da superfície evaporar. Essa evaporação produz uma onda de choque que comprime a parte central da esfera, aumentando drasticamente a massa específica e a temperatura do material. O processo é chamado de *confinamento inercial* porque o que impede o plasma de escapar da região central durante o curto período em que a esfera é aquecida pelos raios *laser* é a inércia do material.

A **fusão a laser** usando a técnica do confinamento inercial está sendo investigada em vários laboratórios dos Estados Unidos e outros países. No Lawrence Livermore Laboratory, por exemplo, situado no estado americano da Califórnia, esferas de uma mistura de deutério e trítio, menores que um grão de areia (Fig. 43-13), são submetidas a pulsos sincronizados de 10 *lasers* de alta potência distribuídos simetricamente. Os pulsos são planejados para fornecer, no total, uma energia de 200 kJ a cada esfera em menos de um nanossegundo. Isso corresponde a uma potência de 2×10^{14} W, ou seja, 100 vezes mais que a potência elétrica instalada em todo o mundo!

Em um reator de fusão a *laser* as esferas de combustível seriam detonadas, como bombas de hidrogênio em miniatura, à razão de 10 a 100 esferas por segundo. Até o momento a viabilidade comercial desse método ainda não foi demonstrada, mas as pesquisas continuam.

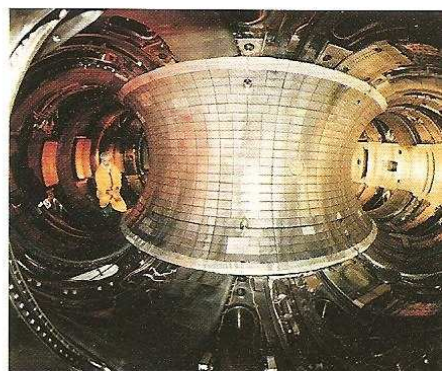


FIG. 43-12 O Reator TFTR da Universidade de Princeton, um reator de fusão do tipo tokamak. (Cortesia do Princeton University Physics Laboratory)

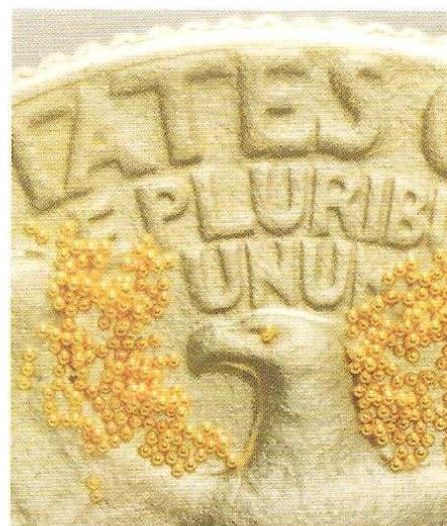


FIG. 43-13 As pequenas esferas sobre a moeda foram feitas de uma mistura de deutério e trítio para serem usadas em uma câmara de fusão a laser. (Cortesia do Los Alamos National Laboratory, New Mexico)

Exemplo 43-6

Uma esfera de combustível de um reator de fusão a *laser* contém números iguais de átomos de deutério e trítio (e nenhum outro material). A massa específica $d = 200 \text{ kg/m}^3$ da esfera é multiplicada por 1000 quando a esfera é atingida pelos pulsos dos *lasers*.

(a) Quantas partículas por unidade de volume a esfera contém no estado comprimido? A massa molar M_d dos

átomos de deutério é $2,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$, e a massa molar M_t dos átomos de trítio é $3,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$.

IDÉIA-CHAVE

No caso de um sistema que contém apenas um tipo de partícula podemos escrever a massa específica do sistema em termos da massa e da concentração (número por unidade de volume) das partículas:

$$\left(\frac{\text{massa específica}}{\text{kg/m}^3} \right) = \left(\frac{\text{concentração}}{\text{m}^{-3}} \right) \left(\frac{\text{massa}}{\text{kg}} \right). \quad (43-17)$$

Seja n o número total de partículas por unidade de volume na esfera comprimida. Nesse caso o número de átomos de deutério por unidade de volume é $n/2$, e o número de átomos de trítio por unidade de volume é também $n/2$.

Cálculos: Podemos aplicar a Eq. 43-17 a um sistema formado por dois tipos de partículas escrevendo a massa específica d^* da esfera comprimida como a soma das massas específicas individuais:

$$d^* = \frac{n}{2} m_d + \frac{n}{2} m_t, \quad (43-18)$$

onde m_d e m_t são as massas de um átomo de deutério e de um átomo de trítio, respectivamente. Podemos substituir essas massas pelas massas molares usando as relações

$$m_d = \frac{M_d}{N_A} \quad \text{e} \quad m_t = \frac{M_t}{N_A},$$

onde N_A é o número de Avogadro. Fazendo essas substituições e levando em conta que $d^* = 1000d$, podemos

explicitar n na Eq. 43-18 para obter

$$n = \frac{2000dN_A}{M_d + M_t},$$

o que nos dá

$$n = \frac{(2000)(200 \text{ kg/m}^3)(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{2,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol} + 3,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 4,8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3}. \quad (\text{Resposta})$$

(b) De acordo com o critério de Lawson, quanto tempo essa massa específica deve ser mantida para que a produção de energia seja igual ao consumo?

IDÉIA-CHAVE

Para que haja uma situação de *breakeven* a massa específica deve ser mantida por um período de tempo τ dado pela Eq. 43-16 ($n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3$).

Cálculo: Temos:

$$\tau > \frac{10^{20} \text{ s/m}^3}{4,8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3}} \approx 10^{-12} \text{ s}. \quad (\text{Resposta})$$

(A temperatura do plasma também deve ser suficiente.)

REVISÃO E RESUMO

Energia Nuclear Os processos nucleares são um milhão de vezes mais efetivos (por unidade de massa) que os processos químicos na transformação da massa em outras formas de energia.

Fissão Nuclear A Eq. 43-1 representa a **fissão** do ^{235}U quando o ^{235}U captura um nêutron térmico. As Eqs. 43-2 e 43-3 mostram as cadeias de decaimento de produtos da fissão. A energia liberada em um evento de fissão é da ordem de 200 MeV.

A fissão pode ser explicada pelo modelo coletivo, que se baseia em uma analogia entre o núcleo e uma gota de líquido carregada eletricamente e dotada de uma certa energia de excitação. Para que a fissão ocorra os fragmentos devem vencer uma barreira de potencial; por isso é preciso que a energia de excitação E_n seja da mesma ordem que a altura da barreira E_b .

Os nêutrons liberados durante a fissão tornam possível uma **reação em cadeia**. A Fig. 43-4 mostra o equilíbrio de nêutrons em um reator nuclear típico; a Fig. 43-5, o diagrama esquemático de um reator nuclear.

Fusão Nuclear A **fusão** de dois núcleos leves (um processo

que libera energia) é inibida pela barreira de Coulomb. A fusão de átomos em grande escala só acontece se a temperatura for suficiente para que os núcleos vençam a barreira por tunelamento.

A principal fonte de energia do Sol é a queima termonuclear de hidrogênio para formar hélio no **ciclo próton-próton** representado na Fig. 43-10. Os elementos até $A = 56$ (o pico da curva de energia de ligação) podem ser produzidos por outros processos de fusão depois que o suprimento de hidrogênio de uma estrela se esgota.

Fusão Controlada A **fusão termonuclear controlada** pode vir a ser uma importante fonte de energia no futuro. As reações d-d e d-t são as mais promissoras. Um reator de fusão baseado na reação d-t deve satisfazer o **critério de Lawson**

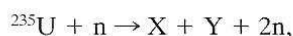
$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3, \quad (43-16)$$

além de manter o plasma a uma temperatura suficiente.

Nos **tokamaks** o plasma é confinado por campos magnéticos; na **fusão a laser** utiliza-se o confinamento inercial.

PERGUNTAS

1 Na reação de fissão



coloque os nuclídeos a seguir, que podem tomar o lugar de X (ou de Y) em ordem de probabilidade, começando pelo mais provável: ^{152}Nd , ^{140}I , ^{128}In , ^{115}Pd , ^{105}Mo . (Sugestão: Veja a Fig. 43-1.)

2 Para obter elementos muito pesados, que não existem na na-

tureza, os pesquisadores provocam colisões de núcleos de porte médio com núcleos pesados. Em algumas dessas colisões os núcleos se fundem para formar um dos elementos muito pesados. Nesse tipo de evento, a massa do produto é maior ou menor que a massa dos núcleos envolvidos na colisão?

3 Quando um núcleo se divide em dois núcleos menores, com liberação de energia, a energia de ligação média por núcleo aumenta ou diminui?

4 Se um processo de fusão envolve a absorção de energia, a energia média de ligação por núcleon aumenta ou diminui?

5 No processo de fissão



quais são os números que devem aparecer (a) no quadrado de cima (o índice superior) e (b) no quadrado de baixo (o valor de Z)?

6 fragmentos iniciais da fissão têm mais prótons que nêutrons, mais nêutrons que prótons ou aproximadamente o mesmo número de prótons e nêutrons?

7 Suponha que um núcleo de ^{238}U absorve um nêutron e decai, não por fissão, mas por emissão beta menos, emitindo um elétron e um neutrino. Qual é o nuclídeo resultante: ^{239}Pu , ^{238}Np , ^{239}Np ou ^{238}Pa ?

8 Escolha nos pares a seguir o nuclídeo mais provável como fragmento inicial de um evento de fissão: (a) ^{93}Sr ou ^{93}Ru ; (b)

^{140}Gd ou ^{140}I ; (c) ^{155}Nd ou ^{155}Lu . (Sugestão: Veja a Fig. 42-4.)

9 Um reator nuclear está operando em um certo nível de potência, com o fator de multiplicação k ajustado para 1. Se as barras de controle são usadas para reduzir a potência do reator a 25% do valor inicial, o novo fator de multiplicação é ligeiramente menor que 1, muito menor que 1 ou continua igual a 1?

10 Quais dos seguintes elementos *não* são produzidos por fusões termonucleares no interior das estrelas: carbono, silício, cromo, bromo?

11 O critério de Lawson para a reação d-t (Eq. 43-16) é $n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3$. Para a reação d-d, o número do lado direito da desigualdade deve ser igual, menor ou maior?

12 Cerca de 2% da energia gerada no centro do Sol pela reação p-p são transportados para fora do Sol por neutrinos. A energia associada a esse fluxo de neutrinos é igual, maior ou menor que a energia irradiada da superfície solar na forma de ondas eletromagnéticas?

PROBLEMAS

• - ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema



Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

seção 43-3 Um Modelo para a Fissão Nuclear

•1 Calcule a energia de desintegração Q para a fissão do ^{52}Cr em dois fragmentos iguais. As massas envolvidas são 51,940 51 u (^{52}Cr) e 25,982 59 u (^{26}Mg).

•2 As propriedades de fissão do isótopo do plutônio ^{239}Pu são muito semelhantes às do ^{235}U . A energia média liberada por fissão é 180 MeV. Qual seria a energia liberada, em MeV, se todos os átomos contidos em 1,00 kg de ^{239}Pu puro sofressem fissão?

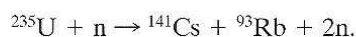
•3 Qual deve ser o número de núcleos por segundo de ^{235}U fissionados por nêutrons para que seja produzida uma potência de 1,0 W? Suponha que $Q = 200 \text{ MeV}$.

•4 (a)–(d) Complete a tabela a seguir, que se refere à reação de fissão genérica $^{235}\text{U} + n \rightarrow X + Y + bn$.

X	Y	b
^{140}Xe	(a)	1
^{139}U	(b)	2
(c)	^{100}Zr	2
^{141}Cs	^{92}Rb	(d)

•5 (a) Quantos átomos existem em 1,0 kg de ^{235}U puro? (b) Qual seria a energia, em joules, liberada pela fissão completa de 1,0 kg de ^{235}U ? Suponha que $Q = 200 \text{ MeV}$. (c) Durante quanto tempo essa energia manteria acesa uma lâmpada de 100 W?

•6 Calcule a energia liberada na reação de fissão



As massas envolvidas são

^{235}U	235,043 92 u	^{93}Rb	92,921 57 u
^{141}Cs	140,919 63 u	n	1,008 66 u

•7 O ^{235}U decai por emissão alfa com uma meia-vida de $7,0 \times 10^8$ anos. Também decai (raramente) por fissão espontânea; se o decaimento alfa não acontecesse a meia-vida desse nuclídeo devido exclusivamente à fissão espontânea seria $3,0 \times 10^{17}$ anos. (a) Qual é o número de fissões espontâneas por segundo em 1,0 g de ^{235}U ? (b) Quantos eventos de decaimento alfa do ^{235}U acontecem para cada evento de fissão espontânea?

•8 Uma energia de 4,2 MeV é necessária para fissionar o ^{238}Np . Para remover um nêutron desse nuclídeo é necessária uma energia de 5,0 MeV. O ^{237}Np pode ser fissionado por nêutrons térmicos?

•9 Um nêutron térmico (com energia cinética aproximadamente nula) é absorvido por um núcleo de ^{238}U . Qual é a energia transformada de energia de repouso em oscilação do núcleo? As massas envolvidas são:

^{237}U	237,048 723 u	^{238}U	238,050 782 u
^{239}U	239,054 287 u	^{240}U	240,056 585 u
n	1,008 664 u		

•10 (a) Calcule a energia de desintegração Q para a fissão do ^{98}Mo em dois fragmentos iguais. As massas envolvidas são 97,905 41 u (^{98}Mo) e 48,950 02 u (^{49}Sc). (b) Se Q for positiva, explique por que o processo não ocorre espontaneamente.

•11 Durante a Guerra Fria, o primeiro-ministro da União Soviética ameaçou os Estados Unidos com ogivas nucleares de 2,0 megatons de ^{239}Pu . (Cada uma teria o poder explosivo equivalente a 2,0 megatons de TNT; um megaton de TNT libera uma energia de $2,6 \times 10^{28} \text{ MeV}$.) Se a fissão ocorre em 8% dos átomos de plutônio, qual é a massa total de plutônio presente em uma dessas ogivas?

•12 Um núcleo de ^{236}U sofre fissão e se parte em dois fragmentos de massa média, ^{140}Xe e ^{96}Sr . (a) Qual é diferença percentual entre a área da superfície dos produtos de fissão e a área da superfície do núcleo original? (b) Qual é a diferença percentual

do volume? (c) Qual é a diferença percentual da energia potencial elétrica? A energia potencial elétrica de uma esfera uniformemente carregada de raio r e carga Q é dada por

$$U = \frac{3}{5} \left(\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right).$$

••13 Em um certo evento no qual o ^{235}U é fissionado por um nêutron térmico nenhum nêutron é emitido e um dos fragmentos primários da fissão é o ^{83}Ge . (a) Qual é o outro fragmento? (b) A energia de desintegração é $Q = 170$ MeV. Que parte dessa energia vai (b) para o ^{83}Ge e (c) para o outro fragmento? Calcule a velocidade, logo após a fissão, (d) do ^{83}Ge ; (e) do outro fragmento.

••14 Em uma bomba atômica a liberação de energia se deve à fissão não controlada de ^{239}Pu (ou ^{235}U). O poder explosivo da bomba é expresso em termos da massa de TNT necessária para produzir a mesma liberação de energia. A explosão de um megaton (10^6 toneladas) de TNT libera uma energia de $2,6 \times 10^{28}$ MeV. (a) Calcule o poder explosivo em megatons de uma bomba atômica contendo 95 kg de ^{239}Pu , dos quais 2,5 kg realmente sofrem fissão. (Veja o Problema 2.) (b) Por que os outros 92,5 kg de ^{239}Pu são necessários se não sofrem fissão?

••15 Uma bomba atômica de 66 quilotons é feita de ^{235}U puro (Fig. 43-14), sendo que apenas 4,0% do material sofrem fissão. (a) Qual é a massa de urânio na bomba? (Não é 66 quilotons; esta é a energia produzida pela bomba expressa em termos da massa de TNT necessária para produzir a mesma energia). (b) Quantos fragmentos primários de fissão são produzidos? (c) Quantos nêutrons são gerados nas fissões e liberados no ambiente? (Em média, cada fissão produz 2,5 nêutrons.)



FIG. 43-14 Problema 15. Um “botão” de ^{235}U , pronto para ser refundido, usinado e incorporado a uma ogiva nuclear. (Cortesia de Martin Marietta Energy Systems/U.S. Department of Energy)

••16 Considere a fissão do ^{238}U por nêutrons rápidos. Em um desses eventos de fissão nenhum nêutron foi emitido e os produtos finais estáveis, depois do decaimento beta dos produtos primários da fissão, foram o ^{140}Ce e o ^{99}Ru . (a) Quantos eventos de decaimento beta ocorreram no total, considerando os dois fragmentos? (b) Calcule o valor de Q para esse processo de fissão. As massas envolvidas são

^{238}U	238,050 79 u	^{140}Ce	139,905 43 u
n	1,008 66 u	^{99}Ru	98,905 94 u

••17 Suponha que imediatamente após a fissão do ^{236}U segundo a reação da Eq. 43-1 os núcleos de ^{140}Xe e ^{94}Sr estejam tão próximos que as superfícies dos dois núcleos se tocam. (a) Supondo que os núcleos são esféricos, calcule a energia potencial elétrica (em MeV) associada à repulsão mútua dos fragmentos. (Sugestão: Use a Eq. 42-3 para calcular os raios dos fragmentos). (b) Compare essa energia com a energia liberada em um evento de fissão típico.

seção 43-4 O Reator Nuclear

••18 Um reator de fissão de 200 MW consumiu metade do combustível em 3,00 anos. Qual era a quantidade inicial de ^{235}U ? Suponha que toda a energia foi produzida a partir da fissão de ^{235}U e que este nuclídeo foi consumido apenas pelo processo de fissão.

••19 A energia térmica gerada quando as emissões de radionuclídeos são absorvidas pela matéria serve de base para a construção de pequenas fontes de energia usadas em satélites, sondas espaciais e estações meteorológicas situadas em locais de difícil acesso. Esses radionuclídeos são produzidos em grande quantidade nos reatores nucleares e podem ser separados quimicamente dos outros rejeitos da fissão. Um dos radionuclídeos mais usados para esse fim é o ^{238}Pu ($T_{1/2} = 87,7$ anos), que é um emissor alfa com $Q = 5,50$ MeV. Qual é a potência produzida por 1,00 kg desse material?

••20 (Veja o Problema 19). Entre os muitos produtos de fissão que podem ser extraídos quimicamente do combustível irradiado está o ^{90}Sr ($T_{1/2} = 29$ anos). A radioatividade desse isótopo, que é produzido em reatores de grande porte à taxa de cerca de 18 kg/ano, é capaz de produzir uma potência térmica de 0,93 W/g. (a) Calcule a energia de desintegração efetiva Q_{ef} associada ao decaimento de um núcleo de ^{90}Sr . (O valor de Q_{ef} inclui as contribuições de todos os produtos da cadeia de decaimento do ^{90}Sr com exceção dos neutrinos, cuja energia é totalmente perdida.) (b) Deseja-se construir uma fonte de alimentação capaz de gerar 150 W de eletricidade para uso em um transmissor submarino de sonar usado para guiar embarcações. Se a fonte utiliza a energia térmica gerada pelo ^{90}Sr e se a eficiência da conversão termelétrica é 5,0%, qual a quantidade necessária de ^{90}Sr ?

••21 O tempo de geração de nêutrons t_{ger} de um reator é o tempo médio necessário para que um nêutron rápido emitido em uma fissão seja termalizado e, portanto, possa produzir outra fissão. Suponha que a potência de um reator no instante $t = 0$ é P_0 . Mostre que a potência do reator em um instante $t > 0$ é dada por $P(t) = P_0 k^{t/t_{\text{ger}}}$, onde k é o fator de multiplicação. Para $k = 1$ a potência se mantém constante, independentemente do valor de t_{ger} .

••22 Um reator está operando a 400 MW com um tempo de geração de nêutrons (veja o Problema 21) de 30,0 ms. Se a potência aumenta durante 5,00 min com um fator de multiplicação de 1,0003, qual é a potência no final desse intervalo?

••23 (a) Um nêutron de massa m_n e energia cinética K sofre uma colisão elástica frontal com um átomo estacionário de massa m . Mostre que a fração de energia cinética perdida pelo nêutron é dada por

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4m_n m}{(m + m_n)^2}.$$

Determine o valor de $\Delta K/K$ para os seguintes alvos estacionários: (b) hidrogênio, (c) deutério, (d) carbono e (e) chumbo. (f) Se inicialmente $K = 1,00$ MeV, quantas colisões desse tipo são necessárias para que a energia cinética do nêutron seja reduzida ao valor

térmico (0,025 eV) se o alvo é o deutério, um átomo frequentemente usado como moderador? (Na prática, a eficiência dos moderadores é menor que neste modelo porque a maioria das colisões não é do tipo frontal.)

••24 O tempo de geração de nêutrons t_{ger} (veja o Problema 21) em um certo reator é 1,0 ms. Se o reator está operando com uma potência de 500 MW, quantos nêutrons livres estão presentes no reator em um dado instante?

••25 O tempo de geração de nêutrons (veja o Problema 21) de um certo reator é 1,3 ms. O reator está operando com uma potência de 1200 MW. Para que sejam realizados certos testes de rotina a potência do reator deve ser reduzida temporariamente para 350,00 MW. Deseja-se que a transição para o novo regime leve 2,6000 s. Para que novo valor (constante) deve ser ajustado o fator de multiplicação para que a transição aconteça da forma prevista?

seção 43-5 Um Reator Nuclear Natural

•26 Há quanto tempo a razão $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ nos depósitos naturais era igual a 0,15?

•27 Calcula-se que o reator natural de fissão discutido na Seção 43-5 tenha gerado 15 gigawatts-anos de energia durante o tempo em que funcionou. (a) Se o reator durou 200 000 anos, qual foi a potência média de operação? (b) Quantos quilogramas de ^{235}U foram consumidos pelo reator?

••28 Algumas amostras de urânio retiradas do local onde funcionou o reator natural de fissão discutido na Seção 43-5 estavam levemente *enriquecidas* em ^{235}U , em vez de empobrecidas. Explique essa observação em termos da absorção de um nêutron pelo isótopo mais abundante do urânio, ^{238}U , e decaimento do núclido resultante através de emissões beta e alfa.

••29 O urânio natural hoje contém apenas 0,72% de ^{235}U em mistura com o ^{238}U , uma quantidade insuficiente para fazer funcionar um reator do tipo PWR. Por essa razão o urânio deve ser enriquecido artificialmente em ^{235}U . Tanto o ^{235}U ($T_{1/2} = 7,0 \times 10^8$ anos) como o ^{238}U ($T_{1/2} = 4,5 \times 10^9$ anos) são radioativos. Há quantos anos o urânio natural poderia ter sido usado diretamente em um reator, com uma razão $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ de 3,0%?

seção 43-6 Fusão Termonuclear: O Processo Básico

•30 Mostre que a fusão de 1,0 kg de deutério através da reação



pode manter uma lâmpada de 100 W funcionando durante $2,5 \times 10^4$ anos.

•31 Calcule a altura da barreira de Coulomb para a colisão frontal de dois dêutrons. Tome o raio efetivo do dêuteron como sendo igual a 2,1 fm.

••32 Na Fig. 43-9 a equação de $n(K)$, a concentração de prótons por unidade de energia, é

$$n(K) = 1,13n \frac{K^{1/2}}{(kT)^{3/2}} e^{-K/kT},$$

onde n é a concentração total de prótons (número de prótons por unidade de volume). No centro do Sol a temperatura é $1,50 \times 10^7$ K e a energia média dos prótons, $K_{\text{méd}}$, é 1,94 keV. Calcule a razão entre a concentração de prótons com 5,00 keV e a concentração de prótons com uma energia igual à energia média.

••33 Calcule a altura da barreira de Coulomb para a colisão frontal de dois núcleos de ^7Li com a mesma energia cinética K . (Sugestão: Use a Eq. 42-3 para calcular o raio dos núcleos.)

•34 Outros métodos, além do aquecimento do material, têm sido propostos para vencer a barreira de Coulomb que impede a fusão nuclear. Um desses métodos seria o uso de dois aceleradores de partículas para acelerar dois feixes de dêutrons e provocar colisões frontais. (a) Que tensão seria necessária para acelerar cada um dos feixes até que os dêutrons tivessem uma energia suficiente para vencer a barreira de Coulomb? (b) Por que, na opinião do leitor, esse método não é usado atualmente?

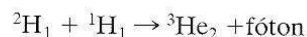
seção 43-7 A Fusão Termonuclear no Sol e em Outras Estrelas

•35 O Sol tem uma massa de $2,0 \times 10^{30}$ kg e irradia $3,9 \times 10^{26}$ W para o espaço. (a) Qual é a taxa, em kg/s, com a qual o Sol transforma a massa em outras formas de energia? (b) Que fração da massa original o Sol perdeu dessa forma desde que começou a queimar hidrogênio, há cerca de $4,5 \times 10^9$ anos?

•36 Vimos que o Q do ciclo de fusão próton-próton é 26,7 MeV. Qual é relação entre esse número e os valores de Q para as diversas reações que compõem o ciclo, mostradas na Fig. 43-10?

•37 Mostre que a energia liberada quando três partículas alfa se fundem para formar ^{12}C é 7,27 MeV. A massa atômica do ^4He é 4,0026 u e a do ^{12}C é 12,0000 u.

•38 Determine o Q do seguinte processo de fusão:



As massas envolvidas são

$^2\text{H}_1$	2,014 102 u	$^1\text{H}_1$	1,007 825 u
$^3\text{He}_2$	3,016 029 u		

•39 Suponha que todos os prótons em um “gás” de prótons possuem uma energia cinética igual a kT , onde k é a constante de Boltzmann e T é a temperatura absoluta. Se $T = 1 \times 10^7$ K, qual é (aproximadamente) a distância mínima entre dois prótons?

••40 Mostre que os três valores de Q dados no texto para as reações da Fig. 43-10 estão corretos. As massas das partículas envolvidas são

^1H	1,007 825 u	^4He	4,002 603 u
^2H	2,014 102 u	$e^\pm$	0,000 548 6 u
^3He	3,016 029 u		

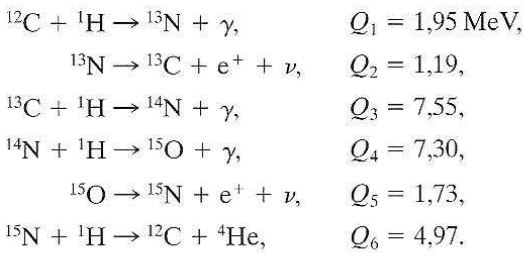
(Sugestão: Tome cuidado para não confundir as massas atômicas com as massas nucleares e para levar em conta corretamente a existência de pósitrons entre os produtos de decaimento.)

••41 (a) Calcule quantos neutrinos por segundo são produzidos no Sol, supondo que toda a energia solar é gerada através do ciclo próton-próton. (b) De acordo com o resultado do item (a), quantos neutrinos solares deveriam chegar à Terra por segundo?

••42 Calcule e compare a energia liberada (a) pela fusão de 1,0 kg de hidrogênio no interior do Sol; (b) pela fissão de 1,0 kg de ^{235}U em um reator nuclear.

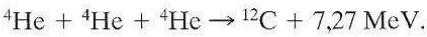
••43 A queima do carvão acontece de acordo com a reação $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$. O calor de combustão é $3,3 \times 10^7$ J/kg de carbono atômico consumido. (a) Expresse esse valor em termos da energia produzida por átomo de carbono. (b) Expresse esse valor em termos da energia produzida por quilograma dos reagentes iniciais, carbono e oxigênio. (c) Suponha que o Sol (massa = $2,0 \times 10^{30}$ kg) fosse feito de carbono e oxigênio nas proporções adequadas para a combustão total do carbono; produzindo energia à taxa atual ($3,9 \times 10^{26}$ W), quanto tempo o Sol levaria para queimar todo o combustível?

••44 Em certas estrelas o ciclo do carbono é mais provável que o ciclo próton-próton como forma de gerar energia. Esse ciclo é o seguinte:



(a) Mostre que esse ciclo de reações é equivalente, quando considerado como um todo, ao ciclo próton-próton da Fig. 43-10. (b) Mostre que os dois ciclos (como não poderia deixar de ser) têm o mesmo valor de Q .

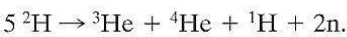
••45 Uma estrela converte todo o hidrogênio em hélio, passando a ser composta por 100% de hélio. Em seguida converte o hélio em carbono através do processo triplo alfa,



A massa da estrela é $4,6 \times 10^{32}$ kg, e ela gera energia à taxa de $5,3 \times 10^{30}$ W. Quanto tempo leva para converter todo o hélio em carbono?

••46 Suponha que a parte central do Sol contém um oitavo da massa total e ocupa uma esfera de raio igual a um quarto do raio solar. Suponha ainda que essa parte central é composta de 35% de hidrogênio (em massa) e que toda a energia do Sol é produzida nessa região. Se o Sol continuasse a queimar hidrogênio à taxa calculada no Exemplo 43-5 quando tempo seria necessário para que todo o hidrogênio fosse consumido? A massa do Sol é $2,0 \times 10^{30}$ kg.

••47 A Fig. 43-15 mostra um modelo primitivo de bomba de hidrogênio. O combustível para a fusão é o deutério, ^2H . Uma esfera feita do material é envolvida por uma casca de ^{235}U ou ^{239}Pu , cuja fissão explosiva aquece e comprime o deutério, fazendo com que atinja as altas temperaturas e massas específicas necessárias para que haja uma reação de fusão auto-sustentável. A reação de fusão é a seguinte:



(a) Calcule o valor de Q para a reação de fusão. As massas atômicas envolvidas aparecem no Problema 40. (b) Calcule o poder explosivo da parte de fusão da bomba em megatons (veja o Problema 14) se ela contiver 500 kg de deutério e 30,0% do material sofrer fusão.

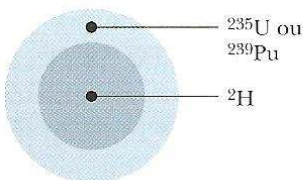


FIG. 43-15 Problema 47.

seção 43-8 A Fusão Nuclear Controlada

•48 Mostre que os valores de Q dados nas Eqs. 43-13, 43-14 e 43-15 estão corretos. As massas envolvidas são:

^1H	1,007 825 u	^4He	4,002 603 u
^2H	2,014 102 u	n	1,008 665 u
^3H	3,016 049 u		

••49 A água comum contém aproximadamente 0,0150% em massa de “água pesada”, na qual um dos dois átomos de hidrogênio é substituído por um átomo de deutério, ^2H . Qual seria a potência gerada pela “queima” de todo o deutério contido em 1,00 litro de água em 1,00 dia se fosse possível fazer os átomos de deutério se fundirem através da reação $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + n$?

Problemas Adicionais

50 Na reação de fusão dêuteron-trítion da Eq. 43-15, qual é a energia cinética (a) da partícula alfa e (b) do nêutron? Despreze a energia cinética das duas partículas do lado esquerdo da equação em presença das outras energias envolvidas.

51 No centro do Sol a massa específica é $1,5 \times 10^5 \text{ kg/m}^3$ e a composição é 35% de hidrogênio e 65% de hélio (em massa). (a) Qual é o número de prótons por unidade de volume no centro do Sol? (b) Qual é a razão entre esse número e o número de moléculas por unidade de volume em um gás ideal nas condições normais de temperatura (0°C) e pressão ($1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$)?

52 O Q efetivo para o ciclo próton-próton da Fig. 43-10 é 26,2 MeV. (a) Expresse esse valor de Q em termos de energia por quilograma de hidrogênio consumido. (b) A potência do Sol é $3,9 \times 10^{26}$ W. Se essa energia é produzida inteiramente através do ciclo próton-próton, a que taxa o Sol está perdendo hidrogênio? (c) A que taxa o Sol está perdendo massa? (d) Explique a diferença entre os resultados dos itens (b) e (c). (e) A massa do Sol é $2,0 \times 10^{30}$ kg. Se o Sol continuar perdendo massa à taxa calculada no item (c), quanto tempo levará para perder 0,10% da massa total?

53 Muitas pessoas temem que ajudar as nações emergentes a desenvolver a tecnologia dos reatores nucleares pode aumentar a probabilidade de uma guerra nuclear, já que os reatores podem ser usados não só para produzir energia elétrica mas também, através da captura de nêutrons pelo ^{238}U , produzir ^{239}Pu , um material que pode ser usado para fazer bombas. Que série de reações, envolvendo captura de nêutrons e decaimentos beta, leva à formação desse isótopo do plutônio?

54 A expressão da distribuição de velocidades de Maxwell das moléculas de um gás é dada no Capítulo 19. (a) Mostre que a energia mais provável é dada por

$$K_p = \frac{1}{2} kT.$$

Verifique esse resultado para a curva $n(K)$ da Fig. 43-9, que foi traçada para $T = 1,5 \times 10^7 \text{ K}$. (b) Mostre que a velocidade mais provável é dada por

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Calcule o valor de v_p para o caso de prótons a uma temperatura $T = 1,5 \times 10^7 \text{ K}$. (c) Mostre que a energia correspondente à velocidade mais provável (que não é a mesma coisa que a energia mais provável) é dada por

$$K_{v,p} = kT.$$

Assinale esse ponto na curva de $n(K)$ da Fig. 43-9.

55 Verifique que, como é dito na Seção 43-2, os nêutrons em equilíbrio com o meio à temperatura ambiente, 300 K, têm uma energia cinética de aproximadamente 0,04 eV.

56 Mostre que, como informa a Tabela 43-1, as fissões do ^{235}U contido em 1,0 kg de UO_2 (enriquecido de tal forma que o ^{235}U constitui 3% do urânio total) poderiam manter acesa uma lâmpada de 100 W durante 690 anos.